UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA 5 PUNTOS TEST N° 4

CÁLCULO 1 - CÁLCULO DIFERENCIAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL - INGENIERÍA AMBIENTAL - INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA - INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE:____ PTOS.: ____________
TIEMPO MÁXIMO: 35 MINUTOS FECHA: Lu 02/04/12

Obtenga la(s) ecuación(es) de la(s) recta(s) perpendicular(es) a aquella que pasa por los puntos de intersección entre $y^2 = 3x$ y $2x^2 + 3y^2 = 4$

(05 puntos).

Solución:

Determinemos en primer lugar el o los puntos de intersección entre las curvas $y^2 = 3x$ y $2x^2 + 3y^2 = 4$

Si reemplazamos $y^2 = 3x$ en la ecuación $2x^2 + 3y^2 = 4$ se tiene que:

$$2x^2 + 3(3x) = 4 \Rightarrow 2x^2 + 9x = 4 \Rightarrow 2x^2 + 9x - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81+32}}{4} \Rightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{113}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-9+\sqrt{113}}{4} \approx 0{,}41 \\ \\ x_2 = \dfrac{-9-\sqrt{113}}{4} \approx -4{,}91 \end{cases}$$

Obtengamos los valores de y asociados, para ello utilizaremos la expresión $y^2 = 3x$

$$y^2 = 3x \Rightarrow y = \pm\sqrt{3x}$$

Observemos que si en la igualdad anterior reemplazamos un valor negativo de x obtendremos un valor complejo, esto significa que x_2, por ser negativo, debe ser desechado.
Consideremos el reemplazo de x_1 en la expresión anterior.

$$y = \pm\sqrt{3x_1} \Rightarrow y = \pm\sqrt{3 \cdot \frac{-9+\sqrt{113}}{4}} = \begin{cases} y_1 = \sqrt{3 \cdot \dfrac{-9+\sqrt{113}}{4}} \approx 1{,}11 \\ \\ y_2 = -\sqrt{3 \cdot \dfrac{-9+\sqrt{113}}{4}} \approx -1{,}11 \end{cases}$$

Los puntos de intersección entre las curvas $y^2 = 3x$ y $2x^2 + 3y^2 = 4$ son

$$P_1 = \left(\frac{-9+\sqrt{113}}{4}, \sqrt{3 \cdot \frac{-9+\sqrt{113}}{4}} \right) \approx (0{,}41\ ;\ 1{,}11)$$

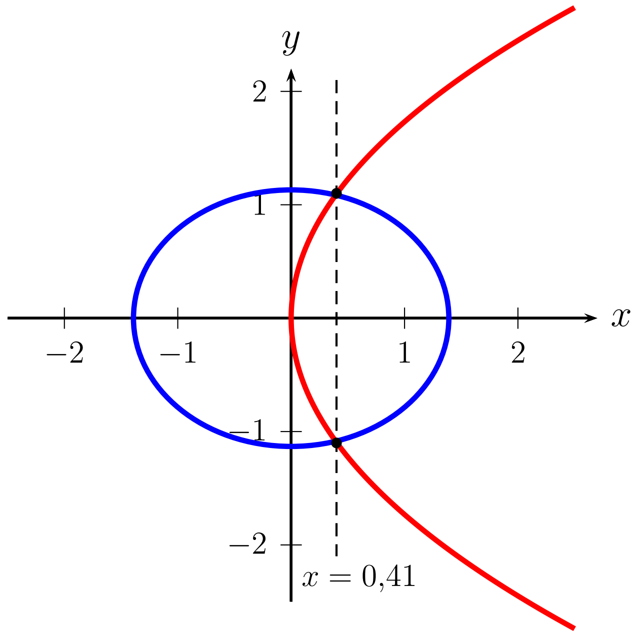
y

$$P_2 = \left(\frac{-9+\sqrt{113}}{4}, -\sqrt{3 \cdot \frac{-9+\sqrt{113}}{4}} \right) \approx (0{,}41\ ;\ -1{,}11)$$

Ahora, dado que los puntos obtenidos poseen la misma primera componente, la recta que pasa por lo puntos de intersección de las curvas $y^2 = 3x$ y $2x^2+3y^2 = 4$ es una recta vertical cuya ecuación es $x = \dfrac{-9+\sqrt{113}}{4} \approx 0{,}41$. Esto significa que la recta perpendicular a aquella es una recta horizontal que puede pasar por cualquier punto, es decir, su ecuación es $y = \mathit{constante}$, donde *constante* representa cualquier constante real.

Finalmente podemos decir que el conjunto de rectas perpendiculares a la recta que pasa por los puntos de intersección de las curvas $y^2 = 3x$ y $2x^2 + 3y^2 = 4$ es $y = \mathit{constante}$.

El gráfico de la situación anterior (que no se solicita en el enunciado) es:



$\square$