

**PAUTA TEST N° 4 ATRASADO
ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
INGENIERÍA AMBIENTAL**

TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA 45 MINUTOS

FECHA : Ma 18/08/20

Se define la función

$$f : A \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}; f(x) = \ln(1 - x^2)$$

(a) Obtenga el dominio de f

(b) Verifique si f^{-1} existe

(c) Resuelva la ecuación : $f(\sqrt{x}) - f(x) = 0$

Solución:

(a) Para obtener el dominio de f , debemos recordar que el argumento de \ln debe ser siempre positivo, es decir, en este caso

$$1 - x^2 > 0 \Rightarrow 1 > x^2 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow \sqrt{x^2} < 1 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$$

$$\Rightarrow x \in (-1, 1)$$

Esto muestra que el dominio de f es $(-1, 1)$ \square

(b) Analicemos si f^{-1} existe

Veamos si f es una función inyectiva

La función f así definida no es inyectiva, pues $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$ y $f(-\frac{1}{2}) = f(\frac{1}{2})$

En efecto:

$$-\frac{1}{2} \in \text{Dom}(f) \quad \text{y} \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = \ln\left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right) = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\frac{1}{2} \in \text{Dom}(f) \quad \text{y} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

Dado que f no es inyectiva, entonces f^{-1} no existe. \square

(c)

Resolvamos la ecuación: $f(\sqrt{x}) - f(x) = 0$

$$f(\sqrt{x}) - f(x) = 0 \Rightarrow$$

$$\ln\left(1 - (\sqrt{x})^2\right) - \ln(1 - x^2) = \ln(1 - x) - \ln(1 - x^2) = 0 \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{1-x}{1-x^2}\right) = \ln(1) \Rightarrow \frac{1-x}{1-x^2} = 1 \Rightarrow 1-x = 1-x^2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow$$

$$x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad x = 1,$$

pero $x = 1 \notin \text{Dom}(f) = (-1, 1)$, luego la solución encontrada es $x = 0$. \square