UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 3 ATRASADO
ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
INGENIERÍA AMBIENTAL

TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA 45 MINUTOS
FECHA : Ma 18/08/20

Con $2L$ metros de alambre se construye un cerco rectangular.

(a) Obtenga una función que exprese el área encerrada por el cerco en términos de uno de los lados

(b) Determine Dominio y Recorrido para la función anterior

Solución:
Observamos que si x y y representan los lados del cerco rectangular, entonces el área está dada por:

$$A = x\,y \qquad (1)$$

con $x > 0$ y $y > 0$.

Además, se tiene que :

$$2L = 2(x+y) \Rightarrow L = x + y \qquad (2)$$

De (2) :

$$y = L - x \qquad (3)$$

con $y = L - x > 0$, es decir, $x < L$

Reemplazando (3) en (1) :

$$A(x) = x\,(L - x)$$

con $0 < x < L$, lo que es equivalente a $x \in \left(0\,,\,L\right)$

Dado que $x > 0$ y $y > 0$ (lados del cerco) el área encerrada por el cerco $(A(x) = x \cdot y)$ es también un número real positivo, como se esperaba.

(a) En resumen, la función que expresa el área encerrada por este cerco rectangular es:

$$\begin{aligned} A:\ (0\,,\,L)\ &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ x\ &\longmapsto A(x) = x\,(L-x) \end{aligned} \quad \square$$

(b) $Dom(A) = \left(0\,,\,L\right)$

Para obtener recorrido despejamos la variable independiente (x) en términos de la variable dependiente (A) :

$$A = x\,(L-x)\ \Rightarrow A = L\,x - x^2\ \Rightarrow\ -x^2 + L\,x - A = 0\ \Rightarrow$$

$$x^2 - L\,x + A = 0\ \Rightarrow$$

$$x = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4\,A}}{2} \qquad (4)$$

Ahora, para que x sea un número real debemos tener que la cantidad subradical sea no negativa, es decir,

$$L^2 -\ 4\,A\ \geq 0\ \Rightarrow L^2\ \geq 4A\ \Rightarrow \frac{L^2}{4}\ \geq A\ \Rightarrow A\ \leq \frac{L^2}{4}$$

Luego, $0\ < A\ \leq \frac{L^2}{4}$, es decir, $A\ \in \left(0\,,\ \frac{L^2}{4}\right]$

Por lo tanto, $Rec(A) = \left(0\,,\ \frac{L^2}{4}\right]$ $\square$