

**TEST N° 3 ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA  
INGENIERÍA AMBIENTAL**

**NOMBRE :** \_\_\_\_\_ **CARRERA :** \_\_\_\_\_

**TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA 45 MINUTOS**

**FECHA : Ju 18/06/20**

Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando todas sus respuestas.

a) V El dominio de la función  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}}$  es el conjunto de todos los reales que están entre  $-1$  y  $1$ , sin incluir los extremos.

**Justificación:**

Para que  $f(x)$  sea un número real debemos tener que

$$1 - x^2 > 0 \Rightarrow 1 > x^2 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow \sqrt{x^2} < \sqrt{1} \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$$

Luego  $Dom(f) = (-1, 1)$ , tal como se señala en el enunciado.

b) F La función  $h(t) = at + b$ , con  $a, b \in \mathbb{R}$ , es siempre inyectiva

**Justificación:**

Si  $a = 0$  y  $b = 3$ , entonces  $h(t) = 3$  que no es una función inyectiva, pues  $h(2) = h(5) = 3$ , pero  $2 \neq 5$

c) F El recorrido de  $A(r) = \pi r^2$  es el conjunto de todos los reales positivos.

**Justificación:**

Para obtener el recorrido debemos, en primer lugar, despejar la variable independiente  $r$  en términos de la variable dependiente  $A$ .

$$A = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{A}{\pi} \Rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Ahora para que  $r$  sea un número real, se debe cumplir que  $\frac{A}{\pi} \geq 0$

$$\frac{A}{\pi} \geq 0 \Rightarrow A \geq 0$$

Por lo tanto,  $Rec(A) = [0, +\infty) \neq \mathbb{R}^+$

d) V No existe la inversa de  $T : [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $T(m) = \frac{m+2}{m-1}$

**Justificación:**

Veamos si  $T$  es inyectiva.

$$T(a) = T(b) \Rightarrow \frac{a+2}{a-1} = \frac{b+2}{b-1} \Rightarrow (a+2)(b-1) = (a-1)(b+2) \Rightarrow$$

$$ab - a + 2b - 2 = ab + 2a - b - 2 \Rightarrow 3b = 3a \Rightarrow b = a \Rightarrow a = b$$

Lo anterior muestra, desde el punto de vista analítico, que  $T$  es inyectiva.

Analicemos ahora si  $T$  es sobreyectiva.

Determinemos el recorrido de  $T$

$$T = \frac{m+2}{m-1} \Rightarrow T(m-1) = m+2 \Rightarrow Tm - T = m+2 \Rightarrow Tm - m = T+2$$

$$\Rightarrow m(T-1) = T+2 \Rightarrow m = \frac{T+2}{T-1}$$

Notamos inmediatamente que  $T = 1$  no puede pertenecer al recorrido de  $T$ , por lo que  $T$  no puede ser sobreyectiva, pues  $Cod(T) = \mathbb{R} \neq Rec(T)$ .

Finalmente podemos decir que  $T$  no es biyectiva y por esta razón no posee inversa.  $\square$

(60 puntos).