

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS

Juan Carlos Sandoval Avendaño

**PAUTA TEST N° 5 ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL — INGENIERÍA
AMBIENTAL — INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA — INGENIERÍA EN
ALIMENTOS**

NOMBRE : _____ **CARRERA :** _____
TIEMPO MÁXIMO : Trabajo en casa **FECHA :** Ju 02/11/17

Muestre que:

$$a) \operatorname{sen}^4(\alpha) \equiv \frac{3 - 4 \cos(2\alpha) + \cos(4\alpha)}{8}$$

(40 puntos).

Solución:

Tenemos que:

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \operatorname{sen}^2(\alpha) = 1 - 2 \operatorname{sen}^2(\alpha)$$

$$\cos^2(2\alpha) = [1 - 2 \operatorname{sen}^2(\alpha)][1 - 2 \operatorname{sen}^2(\alpha)] = 1 - 4 \operatorname{sen}^2(\alpha) + 4 \operatorname{sen}^4(\alpha)$$

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2 \operatorname{sen}(\alpha) \cos(\alpha)$$

$$\operatorname{sen}^2(2\alpha) = 4 \operatorname{sen}^2(\alpha) \cos^2(\alpha) = 4 \operatorname{sen}^2(\alpha) [1 - \operatorname{sen}^2(\alpha)] = 4 \operatorname{sen}^2(\alpha) - 4 \operatorname{sen}^4(\alpha)$$

Reemplazando lo anterior, se tiene:

$$\cos(4\alpha) = \cos(2(2\alpha)) = \cos^2(2\alpha) - \operatorname{sen}^2(2\alpha)$$

$$= 1 - 4 \operatorname{sen}^2(\alpha) + 4 \operatorname{sen}^4(\alpha) - 4 \operatorname{sen}^2(\alpha) + 4 \operatorname{sen}^4(\alpha) = 1 - 8 \operatorname{sen}^2(\alpha) + 8 \operatorname{sen}^4(\alpha)$$

Luego

$$\frac{3-4\cos(2\alpha)+\cos(4\alpha)}{8} = \frac{3-4[1-2\operatorname{sen}^2(\alpha)]+1-8\operatorname{sen}^2(\alpha)+8\operatorname{sen}^4(\alpha)}{8}$$

$$= \frac{3-4+8\operatorname{sen}^2(\alpha)+1-8\operatorname{sen}^2(\alpha)+8\operatorname{sen}^4(\alpha)}{8} = \frac{8\operatorname{sen}^4(\alpha)}{8} = \operatorname{sen}^4(\alpha) \quad \square$$

$$b) \operatorname{sen}(2x) \equiv \frac{2\operatorname{tg}(x)}{1+\operatorname{tg}^2(x)}$$

(20 puntos).

Solución:

$$\frac{2\operatorname{tg}(x)}{1+\operatorname{tg}^2(x)} = \frac{2\frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}}{1+\frac{\operatorname{sen}^2(x)}{\cos^2(x)}} = \frac{2\frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}}{\frac{\cos^2(x)+\operatorname{sen}^2(x)}{\cos^2(x)}} = \frac{2\frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}}{\frac{1}{\cos^2(x)}} = \frac{2\operatorname{sen}(x)\cos^2(x)}{\cos(x)}$$

$$= 2\operatorname{sen}(x)\cos(x) = \operatorname{sen}(2x) \quad \square$$