UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 3 ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL — INGENIERÍA AMBIENTAL — INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA — INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE :____CARRERA :________
TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS FECHA : Mi 27/09/17

1) Sean $f:[-1,1]\rightarrow\mathbb{R},\ f(a)=1-a^2$ y $g:[-3,3]\rightarrow\mathbb{R},\ g(z)=z^2-1.$
Obtenga: f/g y $2f+2g$

(30 puntos).

<u>**Solución:**</u>
Determinemos, en primer lugar, la función $2f+2g$
$Dom(f)\cap Dom(g)=[-1,1]\cap[-3,3]=[-1,1]$
Ahora
$(2f+2g)(x)=2f(x)+2g(x)=2\left(f(x)+g(x)\right)=2(1-x^2+x^2-1)=2\cdot 0=0$
De lo anterior, se tiene que

$$2f+2g:\ \ [-1,1]\rightarrow\mathbb{R},\ (2f+2g)(x)=0$$

Determinemos, en segundo lugar, la función f/g
$Dom(f/g)=Dom(f)\cap Dom(g)-\{x/g(x)=0\}=[-1,1]-\{x/x^2-1=0\}$
$=[-1,1]-\{x/x^2=1\}=[-1,1]-\{-1,1\}=(-1,1)$
Tenemos que $(f/g)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{1-x^2}{x^2-1}=\frac{-(x^2-1)}{x^2-1}=-1$, con $x\in(-1,1)$
De lo anterior, se tiene que

$$f/g:\ (-1,1)\rightarrow\mathbb{R},\ (f/g)(x)=-1\ \square$$

2) Sea $J:\mathbb{R}^{+}\longrightarrow\mathbb{R},\ J(t)=\sqrt{t+1}$. Determine J^{-1}. Restrinja si es necesario.

(30 puntos).

Solución:

Notamos que la cantidad subradical $t+1$ siempre será positiva si $t\in\mathbb{R}^{+}$, por lo que no existen problemas con el dominio indicado.

Veamos si la función J es inyectiva

$J(a)=J(b)\Rightarrow\sqrt{a+1}=\sqrt{b+1}\Rightarrow^{()^2}a+1=b+1\Rightarrow a=b$

Esto muestra que J es inyectiva.

Analicemos si J es sobreyectiva; para ello debemos calcular el recorrido de J

$J=\sqrt{t+1}\Rightarrow J^2=t+1\Rightarrow t=J^2-1>0\Rightarrow J^2>1\Rightarrow|\,J\,|>1\Rightarrow J>1,$

porque J es positivo $(J=\ +\sqrt{t+1})$

Por lo tanto, $Rec(J)=]1,+\infty)$

Notamos que $Rec(J)=]1,+\infty)\neq Cod(J)=\mathbb{R}$, por lo que J no es sobreyectiva y debemos restingir.

Luego $P:\mathbb{R}^{+}\longrightarrow]1,+\infty),\ P(t)=\sqrt{t+1}$ es biyectiva, y podemos calcular su inversa.

$P^{-1}:]1,+\infty)\longrightarrow\mathbb{R}^{+},\ P^{-1}(x)=x^2-1$ ❑