UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 4 ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL - INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA - INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE :____ PTOS. :________
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS FECHA : Mi 03/06/09

Demuestre las siguientes identidades trigonométricas:

$a)\ \ \frac{sen(x)}{1+\,cos(x)} - \frac{sen(x)}{1-\,cos(x)} \equiv\ -2\,ctg(x)$

(30 puntos).

<u>Solución:</u>

Trabajemos la expresión de la izquierda en primer lugar.

$$\frac{sen(x)}{1+\,cos(x)} - \frac{sen(x)}{1-\,cos(x)} \equiv \frac{sen(x)\,\left[1-cos(x)\right]-sen(x)\,\left[1+\,cos(x)\right]}{\left[1+\,cos(x)\right]\left[1-\,cos(x)\right]} \equiv$$

$$\frac{sen(x)-\,sen(x)\,cos(x)\,-sen(x)\,-\,sen(x)\,cos(x)}{1-\,cos^2(x)} \equiv \frac{-\,sen(x)\,cos(x)-\,sen(x)\,cos(x)}{1-\,cos^2(x)} \equiv$$

$$\frac{-\,2\,sen(x)\,cos(x)}{1-\,cos^2(x)} \equiv \frac{-\,2\,sen(x)\,cos(x)}{sen^2(x)} \equiv\ -\,2\,\frac{cos(x)}{sen(x)} \equiv\ -\,2\,ctg(x)$$

Por lo tanto, $\frac{sen(x)}{1+\,cos(x)} - \frac{sen(x)}{1-\,cos(x)} \equiv\ -\,2\,ctg(x)$

En este ejercicio no hubo necesidad de desarrollar la expresión del lado derecho porque el resultado estaba a la vista. $\square$

$b)\ \frac{sen(2x)\,cos(2x)-sen(x)\,cos(x)}{4\,cos^2(x)-3} \equiv \frac{1}{2}\,sen(2x)$

(30 puntos).

Solución:

Desarrollemos la expresión de la izquierda.

$$\frac{sen(2x)\,cos(2x)-sen(x)\,cos(x)}{4\,cos^2(x)-3} \equiv \frac{2\,sen(x)\,cos(x)\,\left[cos^2(x)-sen^2(x)\right]-sen(x)\,cos(x)}{4\,cos^2(x)-3} \equiv$$

$$\frac{2\,sen(x)\,cos(x)\,\left[cos^2(x)-(1-cos^2(x))\right]-sen(x)\,cos(x)}{4\,cos^2(x)-3} \equiv$$

$$\frac{2\,sen(x)\,cos(x)\,\left[2\,cos^2(x)-1\right]-sen(x)\,cos(x)}{4\,cos^2(x)-3} \equiv$$

$$\frac{sen(x)\,cos(x)\,\left[4\,cos^2(x)-2\right]-sen(x)\,cos(x)}{4\,cos^2(x)-3} \equiv \frac{sen(x)\,cos(x)\,\left[4\,cos^2(x)-2-1\right]}{4\,cos^2(x)-3} \equiv$$

$$\frac{sen(x)\,cos(x)\,\left[4\,cos^2(x)-3\right]}{4\,cos^2(x)-3} \equiv sen(x)\,cos(x)$$

Desarrollemos ahora la expresión de la derecha.

$$\frac{1}{2}\,sen(2x) \equiv \frac{1}{2}\,2\,sen(x)\,cos(x) \equiv sen(x)\,cos(x)$$

Observamos que ambas expresiones son equivalentes al resultado común $sen(x)\,cos(x)$, luego por transitividad :

$$\frac{sen(2x)\,cos(2x)-sen(x)\,cos(x)}{4\,cos^2(x)-3} \equiv \frac{1}{2}\,sen(2x) \quad \square$$