

PAUTA TEST N° 3 ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL - INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA -
INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE : _____ **PTOS. :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Lu 11/05/09**

Obtenga la inversa de la función

$$g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \text{ con } g(x) = ax + a, \text{ donde } a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

Si la inversa no existe restrinja y redefina la función, para luego determinar la inversa.
(60 puntos).

Solución:

Como a es una constante distinta de cero, debemos considerar sólo dos casos:

Caso 1 : $a > 0$

Caso 2 : $a < 0$

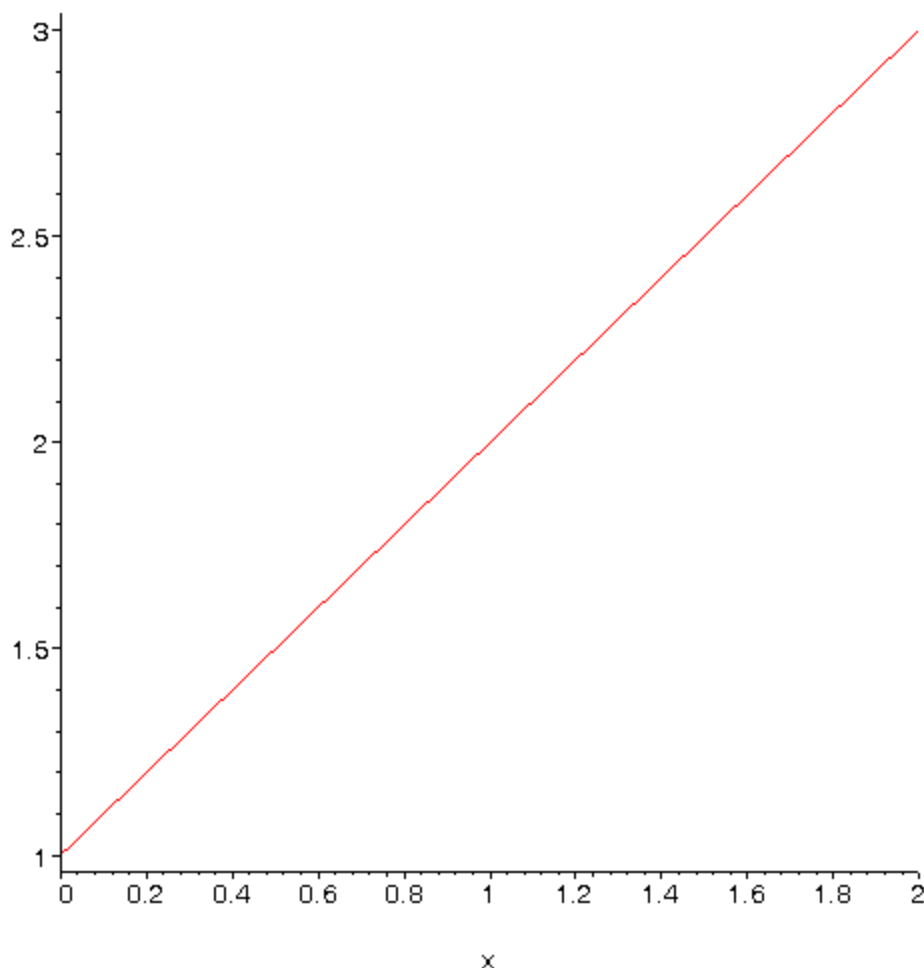
Analicemos el *Caso 1* : $a > 0$

Si $a > 0$, entonces la pendiente de la recta es positiva.

La tabla de valores asociada es :

x	$y = g(x) = ax + a$
0	a
1	$2a$
2	$3a$

La gráfica de la función es, considerando los valores en los ejes como múltiplos de a , es decir, donde aparece 3 corresponde a $3a$ ó donde aparece 1 corresponde a a :



De la gráfica observamos que g es inyectiva, pues cualquier recta paralela al eje horizontal que tracemos cortará a la curva en a lo más un punto.

Además notamos que $Rec(g) = (a, +\infty)$.

Luego si comparamos el recorrido con el codominio nos damos cuenta que :

$$Rec(g) = (a, +\infty) \neq Cod(g) = \mathbb{R}$$

Esto último muestra que g no es sobreyectiva.

Debemos redefinir la función de modo que sea biyectiva, para ello hacemos que el Codominio sea igual al Recorrido, es decir, la nueva función que ahora sí será sobreyectiva es :

$$h : \mathbb{R}^+ \rightarrow (a, +\infty), \text{ con } h(x) = ax + a, \text{ donde } a > 0$$

Calculemos su inversa. Para ello debemos hacer $y = h(x)$, y despejar la variable x :

$$y = h(x) \Rightarrow y = ax + a \Rightarrow x = \frac{y-a}{a}$$

Finalmente la función inversa es :

$$h^{-1} : (a, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ y \mapsto h(y) = \frac{y-a}{a}$$

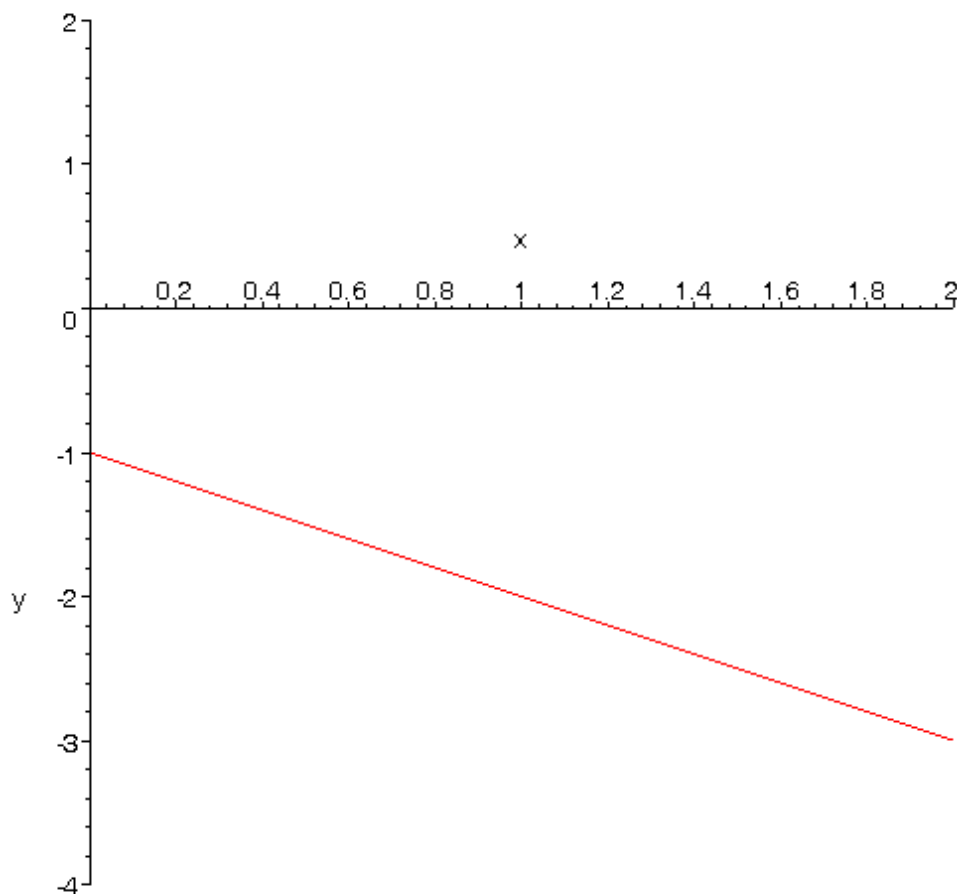
Analizamos el Caso 2 : $a < 0$

Si $a < 0$, entonces la pendiente de la recta es negativa.

La tabla de valores asociada es :

x	$y = g(x) = ax + a$
0	a
1	$2a$
2	$3a$

La gráfica de la función es, considerando los valores en los ejes como múltiplos de a , es decir, donde aparece -3 corresponde a $3a$ ó donde aparece -1 corresponde a a :



De la gráfica observamos que g es inyectiva, pues cualquier recta paralela al eje horizontal que tracemos cortará a la curva en a lo más un punto.

Además notamos que $Rec(g) = (-\infty, a)$.

Luego si comparamos el recorrido con el codominio nos damos cuenta que :

$$Rec(g) = (-\infty, a) \neq Cod(g) = \mathbb{R}$$

Esto último muestra que g no es sobreyectiva.

Debemos redefinir la función de modo que sea biyectiva, para ello hacemos que el Codominio sea igual al Recorrido, es decir, la nueva función que ahora sí será sobreyectiva es :

$$h : \mathbb{R}^+ \rightarrow (-\infty, a), \text{ con } h(x) = ax + a, \text{ donde } a < 0$$

Calculemos su inversa. Para ello debemos hacer $y = h(x)$, y despejar la variable x :

$$y = h(x) \Rightarrow y = ax + a \Rightarrow x = \frac{y-a}{a}$$

Finalmente la función inversa es :

$$h^{-1} : (-\infty, a) \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ y \mapsto h(y) = \frac{y-a}{a}$$