UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 4 ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
INGENIERÍA AMBIENTAL

NOMBRE :____CARRERA :________
TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA 45 MINUTOS FECHA : Ju 02/07/20

Responda V (Verdadero) o F (Falso), **justificando todas sus respuestas.**

$a)$__F___ No existe $g \circ f$ si $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = x$ y $g : \left[-1, 1\right] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{1 + x^2}$
Justificación:
Notemos que ambas funciones están bien definidas, porque $1 + x^2$ siempre será positiva si $x \in \left[-1, 1\right]$.

En primer lugar debemos obtener el dominio de $g \circ f$

$$Dom(g \circ f) = \left\{x \in \mathbb{R} / x \in Dom(f) \text{ y } f(x) \in Dom(g)\right\} =$$

$$\left\{x \in \mathbb{R} / x \in \mathbb{R}^+ \text{ y } x \in \left[-1, 1\right]\right\} = (0, 1]$$

Ya podemos decir que $g \circ f$ existe porque $Dom(g \circ f) \neq \emptyset$ ❑

$b)$ ___F___ La función $h(t) = ln(t + 1)$ es biyectiva, con $t > 0$
Justificación:
Al no mencionarse el codominio asumimos que es el conjunto de los reales.

Además observamos que $Dom(h) = \mathbb{R}^+$

Veamos si h es inyectiva.

$$h(a) = h(b) \Rightarrow ln(a + 1) = ln(b + 1) \Rightarrow a + 1 = b + 1 \Rightarrow a = b$$

Lo anterior muestra que h es inyectiva. (Recordemos que ln es inyectiva)

Analicemos si h es sobreyectiva, para ello debemos calcular $Rec(h)$

$y = ln(t+1) \Rightarrow e^y = t+1 \Rightarrow t = e^y - 1$

Como $t \in \mathbb{R}^+$, se tiene que $t > 0$, es decir, $e^y - 1 > 0$

$e^y - 1 > 0 \Rightarrow e^y > 1 \Rightarrow y > ln(1) \Rightarrow y > 0$

Luego $Rec(h) = \mathbb{R}^+ \neq \mathbb{R} = Cod(h)$

Esto muestra que h no es sobreyectiva, por lo que no es biyectiva. $\square$

$c)$ ___F___ La ecuación $e^{2x} + e^x = 5$ no tiene soluciones reales.
Justificación:
$e^{2x} + e^x = 5 \Rightarrow e^{2x} + e^x - 5 = 0 \Rightarrow (e^x)^2 + e^x - 5 = 0$
Las soluciones de la ecuación cuadrática anterior son:

$$e^x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+20}}{2} \Rightarrow e^x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \Rightarrow \begin{cases} e^x = \frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ e^x = \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

Ahora si recordamos que $e^x > 0$, se tiene que

$e^x = \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = ln\left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)$ es solución de la ecuación dada y además es un número real. $\square$

$d)$ ___F___ Existe la inversa de $T+G$, con $T : [2,5] \to \mathbb{R}$, con $T(m) = 2$ y $G : [1,5] \to \mathbb{R}$, $G(p) = p+1$
Justificación:
Determinemos $Dom(T+G)$
$Dom(T+G) = Dom(T) \cap Dom(G) = [2,5] \cap [1,5] = [2,5]$

$T+G : [2,5] \to \mathbb{R}$, $(T+G)(x) = T(x) + G(x) = 2 + x + 1 = x + 3$

Determinemos $Rec(T+G)$

$y = x+3 \Rightarrow x = y-3$

$y - 3 \geq 2$ y $y - 3 \leq 5 \Rightarrow y \geq 5$ y $y \leq 8 \Rightarrow y \in [5,8]$

$Rec(T+G) = [5,8] \neq \mathbb{R} = Cod(T+G)$
Esto muestra que $T+G$ no es sobreyectiva, por lo que no posee inversa. $\square$

(60 puntos).