

PAUTA TEST N° 6 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **CARRERA :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 45 MINUTOS **FECHA : Lu 03/08/20**

Muestre que el conjunto de todas las matrices antisimétricas de orden 3, es un subespacio vectorial de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$

Solución:

Sea S el conjunto de todas las matrices antisimétricas de orden 3. Luego

$$S = \left\{ A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) / A \text{ es antisimétrica} \right\} = \left\{ A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}; a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

$$i) S \neq \emptyset, \text{ pues } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in S \text{ (La matriz nula de orden 3 es antisimétrica)}$$

$$ii) \text{ Sean } A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} \in S \text{ y } B = \begin{bmatrix} 0 & d & f \\ -d & 0 & g \\ -f & -g & 0 \end{bmatrix} \in S$$

Luego

$$A + B = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & d & f \\ -d & 0 & g \\ -f & -g & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & a+d & b+f \\ -(a+d) & 0 & c+g \\ -(b+f) & -(c+g) & 0 \end{bmatrix} \in S$$

(La suma de matrices antisimétricas, sigue siendo antisimétrica)

iii) Sean $\alpha \in \mathbb{R}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} \in S$

Luego

$$\alpha A = \alpha \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha a & \alpha b \\ -\alpha a & 0 & \alpha c \\ -\alpha b & -\alpha c & 0 \end{bmatrix}$$

El producto de un escalar por una matriz antisimétrica, es una matriz antisimétrica.

A partir de $i)$, $ii)$ y $iii)$, podemos concluir que S es un subespacio vectorial de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ $\square$