

PAUTA TEST N° 6 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA – INGENIERÍA EN
ALIMENTOS

NOMBRE : _____ **CARRERA:** _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Ju 01/06/17**

Responda Verdadero (V) o Falso (F), justificando todas sus respuestas.

a) F El plano que pasa por los puntos $(1, 2, 1)$, $(0, 1, -1)$ y $(2, 1, -2)$ es paralelo a la recta de ecuación $\frac{z+3}{2} = 3y = \frac{2x+1}{2}$

Justificación:

Sean $A = (1, 2, 1)$, $B = (0, 1, -1)$ y $C = (2, 1, -2)$

Tenemos que $\mathbf{a} = B - A = [-1, -1, -2]$ y $\mathbf{b} = C - A = [1, -1, -3]$ son vectores que están en el plano buscado.

Ahora, un vector normal al plano es

$$\mathbf{n} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} = [1, -5, 2]$$

Obtengamos el vector director de la recta $\frac{z+3}{2} = 3y = \frac{2x+1}{2}$

$$\frac{z+3}{2} = 3y = \frac{2x+1}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z+3}{2}$$

El vector director es $\mathbf{r} = [1, \frac{1}{3}, 2]$

Un plano es paralelo a una recta cuando el vector normal del plano es perpendicular al vector director de la recta

$$\langle \mathbf{n}, \mathbf{r} \rangle = \langle [1, -5, 2], [1, \frac{1}{3}, 2] \rangle = 1 - \frac{5}{3} + 4 = \frac{10}{3} \neq 0$$

Esto muestra que lo que se asegura es falso. ☐

b) F La recta $L : \begin{cases} 3x - 2y = z \\ x + 3y - 2z = 4 \end{cases}$ posee un vector director cuya norma euclidiana es $\sqrt{6}$

Justificación:

$$\begin{cases} 3x - 2y = z \\ x + 3y - 2z = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y - z = 0 \\ x + 3y - 2z = 4 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 4 \end{array} \right]$$
$$\Rightarrow F_{12} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 3 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right] \Rightarrow F_1(-3)+F_2 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & -11 & 5 & -12 \end{array} \right]$$

Notamos que $r_A = r_{Ab} = 2 < N = 3$. Existen infinitas soluciones.

Debemos fijar $N - r_A = 3 - 2 = 1$ incógnita. Fijemos z

$$-11y + 5z = -12 \Rightarrow y = \frac{5z+12}{11} = \frac{5}{11}z + \frac{12}{11}$$

$$x + 3y - 2z = 4 \Rightarrow x = 4 + 2z - 3y \Rightarrow x = 4 + 2z - \frac{15}{11}z - \frac{36}{11} \Rightarrow x = \frac{7}{11}z + \frac{8}{11}$$

Luego, las ecuaciones paramétricas de la recta son

$$x = \frac{7}{11}t + \frac{8}{11}$$

$$y = \frac{5}{11}t + \frac{12}{11}$$

$$z = t$$

El vector director es $\mathbf{r} = [\frac{7}{11}, \frac{5}{11}, 1]$

$$\text{Así, } \|\mathbf{r}\| = \sqrt{\frac{49}{121} + \frac{25}{121} + 1} = \sqrt{\frac{195}{121}} \neq \sqrt{6} \quad \square$$

c) F Un plano paralelo al vector $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ es $-x + y + 3z = 4$

Justificación:

Un plano es paralelo a un vector dado cuando el vector normal del plano es perpendicular al vector dado.

$$\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k} = [1, 2, -1]$$

$$\mathbf{n} = [-1, 1, 3]$$

$$\langle \mathbf{a}, \mathbf{n} \rangle = \langle [1, 2, -1], [-1, 1, 3] \rangle = -1 + 2 - 3 = -2 \neq 0 \quad \square$$

(60 puntos)