UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 4 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :_____ **CARRERA:**_____
TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS **FECHA : Lu 09/11/26**

1) Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando su respuesta.

__V__ La matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ se puede escribir como combinación lineal de una matriz simétrica y otra antisimétrica, ambas de orden 2.

(30 puntos)

Justificación:

Sea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ una matriz simétrica y sea $B = \begin{pmatrix} 0 & d \\ -d & 0 \end{pmatrix}$

Debemos obtener escalares α y β de modo que

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & d \\ -d & 0 \end{pmatrix}$$

Es decir,

$1 = \alpha a \Rightarrow \alpha = \frac{1}{a}$ (1)

$2 = \alpha b + \beta d$ (2)

$3 = \alpha b - \beta d$ (3)

$4 = \alpha c \Rightarrow \alpha = \frac{4}{c}$ (4)

De (1) y (4), se tiene que

$\frac{1}{a} = \frac{4}{c} \Rightarrow c = 4a$ (5)

Si sumamos las ecuaciones (2) y (3) :

$5 = 2\,\alpha b \Rightarrow \alpha b = \frac{5}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{2b}$ (6)

De (1) y (6) : $\frac{1}{a} = \frac{5}{2b} \Rightarrow 2b = 5a \Rightarrow b = \frac{5}{2}a$

Ahora si $a = 1$, entonces $\alpha = 1$, $c = 4$, $b = \frac{5}{2}$

De (2) : $\beta\, d = 2 - \alpha b = 2 - (1)\left(\frac{5}{2}\right) = 2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$

Verifiquemos (3) : $\alpha b - \beta\, d = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3$

Si $\beta = 1$, entonces $d = -\frac{1}{2}$

Finalmente,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 1\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} & 4 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Esta es una de las infinitas combinaciones lineales posibles. ❑

2) Obtenga $B = < \{1 - x + x^2, 3x + 2 - x^2, 3 + 4x - 2x^2\} >$

Solución:

$B = < \{1 - x + x^2, 3x + 2 - x^2, 3 + 4x - 2x^2\} > =$

$\{a(1 - x + x^2) + b(3x + 2 - x^2) + c(3 + 4x - 2x^2);\ a, b, c \in \mathbb{R}\} =$

$\{(a + 2b + 3c) + (-a + 3b + 4c)x + (a - b - 2c)x^2;\ a, b, c \in \mathbb{R}\}$ ❑

(30 puntos)