

PAUTA TEST N° 4 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA – INGENIERÍA EN
ALIMENTOS

NOMBRE : _____ **CARRERA:** _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Vi 04/10/19**

(1) Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando todas sus respuestas.

a) V o F El sistema $\begin{cases} 3ax - 2y = 1 \\ x - ay = 3 \end{cases}$ posee única solución si $a \neq 1$

Justificación:

Obtenemos los rangos de A y de la ampliada.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 3a & -2 & 1 \\ 1 & -a & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{F_{12}} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -a & 3 \\ 3a & -2 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{F_1(-3a)+F_2}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -a & 3 \\ 0 & 3a^2 - 2 & 1 - 9a \end{array} \right]$$

Ahora, si $3a^2 - 2 = 0$, entonces $a^2 = \frac{2}{3}$, es decir, $a = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$

Por ejemplo, si $a = \sqrt{\frac{2}{3}} \neq 1$, entonces $3a^2 - 2 = 0$, pero $1 - 9a \neq 0$. Esto significa que el sistema no tiene solución porque $r(A) = 1 \neq r(A : \mathbf{b}) = 2$

Por otro lado, si $a = -1 \neq 1$ por ejemplo, entonces $r(A) = 2 = r(A : \mathbf{b}) = N$, y esto significa que el sistema posee única solución.

Menciono los dos ejemplos anteriores, porque dependiendo del punto de vista, el enunciado puede interpretarse como verdadero o como falso. $\square$

b) F Un posible conjunto solución del sistema $\begin{cases} x + 2y + t = 1 \\ x - t = 0 \end{cases}$ es

$$\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ 1 - 3t \\ t \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}$$

Justificación:

Reemplazando $\begin{bmatrix} x \\ y \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ 1-3t \\ t \end{bmatrix}$ en el sistema, se tiene:

$$x + 2y + t = t + 2(1 - 3t) + t = t + 2 - 6t + t = 2 - 4t \neq 1, \text{ para } t \neq \frac{1}{4}$$

Lo anterior muestra que el conjunto dado no es solución del sistema $\square$

(40 puntos)

(2) Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ 4x + 2y - 2z + 2t = 5 \\ x - t = y - z \end{cases}$$

sabiendo que x, y, z y t son incógnitas

Solución:

$$\begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ 4x + 2y - 2z + 2t = 5 \\ x - t = y - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ 4x + 2y - 2z + 2t = 5 \\ x - y + z - t = 0 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & -2 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{F_{13}} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{F_1(-4)+F_2; F_1(-2)+F_3}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & -6 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & -3 & 3 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{F_2(-1/2)+F_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & -6 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3/2 \end{array} \right]$$

De la matriz escalonada, se tiene que : $r(A) = 2 \neq r(A : b)$

De lo anterior, el sistema no posee solución. $\square$

(20 puntos)