

PAUTA TEST N° 4 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL — INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **CARRERA:** _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Ma 21/06/22**

Calcule:

a) $\left\| \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \right\|_F$

Solución:

$$\left\| \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \right\|_F = \text{máximo}\{|1| + |-1|, |2| + |1|, |3| + |-3|\} = \text{máximo}\{2, 3, 6\} \\ = 6 \quad \square$$

b) $\left\| [1, -5, \sqrt{13}] \right\|_{\max}$

Solución:

$$\left\| [1, -5, \sqrt{13}] \right\|_{\max} = \text{máximo}\{|1|, |-5|, |\sqrt{13}|\} = 5 \quad \square$$

c) $\left\| \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \right\|_{\text{espectral}}$

Solución:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$$

$$|A - aI| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2-a & -4 \\ -4 & 10-a \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (2-a)(10-a) - 16 = 0$$

$$\Rightarrow 20 - 12a + a^2 - 16 = 0 \Rightarrow a^2 - 12a + 4 = 0 \Rightarrow a = \frac{12 \pm \sqrt{144-16}}{2} \Rightarrow$$

$$a = \frac{12 \pm \sqrt{128}}{2} \Rightarrow a = \frac{12 \pm 8\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = 6 \pm 4\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 6 + 4\sqrt{2} \approx 11.66 \\ a_2 = 6 - 4\sqrt{2} \approx 0.34 \end{cases}$$

$$\left\| \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \right\|_{\text{espectral}} = \sqrt{6 + 4\sqrt{2}} \approx 3.4 \quad \square$$

$$\text{d) } \left\| [1, -3, \sqrt{3}, \sqrt{2}] \right\|_2$$

Solución:

$$\begin{aligned} \left\| [1, -3, \sqrt{3}, \sqrt{2}] \right\|_2 &= \sqrt{1^2 + (-3)^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{1 + 9 + 3 + 2} \\ &= \sqrt{15} \approx 3.87 \quad \square \end{aligned}$$

(60 puntos)