

**PAUTA TEST N° 3 ÁLGEBRA LINEAL**  
**INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA**

**NOMBRE :** \_\_\_\_\_ **CARRERA:** \_\_\_\_\_  
**TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS** **FECHA : Ma 07/10/25**

Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando todas sus respuestas.

a) V  $d(A, L) \geq d(B, \pi)$  si  $A = (1, -1, 2)$ ,  $B = (2, -2, 3)$ ,  
 $\pi : 4x - 2y = 6z + 3$ ,  $L : x + 1 = 2y - 1 = 1 - z$

**Justificación:**

Sabemos que

$$d(A, L) = \frac{\|\mathbf{r} \times \overrightarrow{AP_0}\|}{\|\mathbf{r}\|} \quad \text{y} \quad d(B, \pi) = \frac{|\mathbf{n} \cdot \overrightarrow{BP_1}|}{\|\mathbf{n}\|}$$

Trabajemos en primer lugar con el plano:

$$\pi : 4x - 2y = 6z + 3 \Rightarrow \pi : 4x - 2y - 6z = 3$$

$$\mathbf{n} = [4, -2, -6]$$

Para obtener  $P_1$  consideramos  $x = 0 = y$ , luego  $-6z = 3$ , es decir,  $z = -\frac{1}{2}$

Por tanto,  $P_1 = (0, 0, -\frac{1}{2})$

$$\overrightarrow{BP_1} = B - P_1 = (2, -2, 3) - (0, 0, -\frac{1}{2}) = [2, -2, \frac{7}{2}]$$

$$\mathbf{n} \cdot \overrightarrow{BP_1} = [4, -2, -6] \cdot [2, -2, \frac{7}{2}] = 8 + 4 - 21 = -9$$

$$\|\mathbf{n}\| = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 4 + 36} = \sqrt{56}$$

$$d(B, \pi) = \frac{|\mathbf{n} \cdot \overrightarrow{BP_1}|}{\|\mathbf{n}\|} = \frac{9}{\sqrt{56}} \approx 1.2$$

Trabajemos con la recta:

$$x + 1 = 2y - 1 = 1 - z = t \Rightarrow x = t - 1, y = \frac{t+1}{2}, z = 1 - t$$

$$\mathbf{r} = [1, \frac{1}{2}, -1]$$

Para obtener  $P_0$  le asignamos el valor 0 a  $t$ :  $P_0 = (-1, \frac{1}{2}, 1)$

$$\overrightarrow{AP_0} = P_0 - A = (-1, \frac{1}{2}, 1) - (1, -1, 2) = [-2, \frac{3}{2}, -1]$$

$$\mathbf{r} \times \overrightarrow{AP_0} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & \frac{3}{2} & -1 \end{vmatrix} = [-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}, 2 + 1, \frac{3}{2} + 1] = [1, 3, \frac{5}{2}]$$

$$\|\mathbf{r} \times \overrightarrow{AP_0}\| = \sqrt{1^2 + 3^2 + (\frac{5}{2})^2} = \sqrt{1 + 9 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{65}{4}} = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

$$\|\mathbf{r}\| = \sqrt{1^2 + (\frac{1}{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4} + 1} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$d(A, L) = \frac{\|\mathbf{r} \times \overrightarrow{AP_0}\|}{\|\mathbf{r}\|} = \frac{\frac{\sqrt{65}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{65}}{3} \approx 2.69$$

Finalmente,  $d(A, L) \approx 2.69 \geq d(B, \pi) \approx 1.2$   $\square$

b) V  $x + 2y - 5z = 4$  se interseca con  $x = 1 + t$ ,  $2y + 2 = 4t$ ,  $t - 1 = z$

**Justificación:**

$$x = 1 + t, 2y + 2 = 4t, t - 1 = z \Rightarrow$$

$$x = 1 + t$$

$$2y + 2 = 4t \Rightarrow y + 1 = 2t \Rightarrow y = 2t - 1$$

$$z = t - 1$$

Reemplazando en la ecuación del plano:

$$x + 2y - 5z = 4 \Rightarrow (1 + t) + 2(2t - 1) - 5(t - 1) = 4 \Rightarrow 1 + t + 4t - 2 - 5t + 5 = 4 \Rightarrow 4 = 4$$

Dado que la igualdad final es cierta, podemos decir que existen infinitos puntos de intersección (la recta está contenida en el plano).  $\square$

(60 puntos)