UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 3 ÁLGEBRA LINEAL

INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :____ CARRERA:________
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS FECHA : Ma 10/10/23

Responda V (Verdadero) o F Falso, **justificando todas sus respuestas.**

$a)$ __V___ El plano que pasa por los puntos $(1,-1,2)$, $(1,0,-1)$ y $(0,1,-1)$ es $3x+3y=2-z$
Justificación:
Sean $A=(1,-1,2)$, $B=(1,0,-1)$ y $C=(0,1,-1)$
Tenemos que
$\boldsymbol{v}=B-A=(1,0,-1)-(1,-1,2)=[0,1,-3]$
$\boldsymbol{w}=C-A=(0,1,-1)-(1,-1,2)=[-1,2,-3]$

El vector normal $\boldsymbol{n}$ al plano está dado por

$$\boldsymbol{n}=\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{w}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & j & \boldsymbol{k}\\ 0 & 1 & -3\\ -1 & 2 & -3\end{vmatrix}=[3,3,1]$$

Elijamos como punto $P_0=B=(1,0,-1)$, luego la ecuación del plano es
$3(x-1)+3(y-0)+(z+1)=0\Rightarrow 3x-3+3y+z+1=0\Rightarrow 3x+3y+z=2$
$\Rightarrow 3x+3y=2-z$ $\square$

$b)$ __F___ El vector director de la recta $\frac{1-x}{3}=y+1=\frac{2z-1}{-1}$ es $[3,1,-1]$
Justificación:

$$\frac{1-x}{3}=y+1=\frac{2z-1}{-1}=t\Rightarrow\begin{cases}\frac{1-x}{3}=t & \Rightarrow 1-x=3t\Rightarrow x=1-3t\\ y+1=t & \Rightarrow y=t-1\\ \frac{2z-1}{-1}=t & \Rightarrow 2z-1=-t\Rightarrow z=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}t\end{cases}$$

De las ecuaciones paramétricas anteriores observamos que el vector director tiene componentes $[-3,1,-\frac{1}{2}]\neq[3,1,-1]$ $\square$

$c)$ ___F___ La recta $x=1+2t$, $y-1=t$, $2z=t+2$ interseca al plano $-x+2y=3z+3$ en un punto cuyas coordenadas son todas positivas.

Justificación:
De las ecuaciones paramétricas de la recta se tiene

$$
\begin{aligned}
x &= 1 + 2t \\
y &= 1 + t \qquad\qquad (*) \\
z &= 1 + \tfrac{1}{2}t
\end{aligned}
$$

Reemplazando lo anterior en la ecuacion del plano se tiene que
$-x + 2y = 3z + 3 \Rightarrow -1 - 2t + 2 + 2t = 3 + \frac{3}{2}t + 3 \Rightarrow \frac{3}{2}t = -5 \Rightarrow t = -\frac{10}{3}$
Ahora si reemplazamos este valor de t en las ecuaciones $(*)$, obtenemos las coordenadas del punto de intersección
$x = 1 + 2\left(-\frac{10}{3}\right) = 1 - \frac{20}{3} = -\frac{17}{3} < 0.$ Esto muestra que no todas las coordenadas del punto de intersección son positivas. ❑

(60 puntos)