

PAUTA TEST N° 3 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA – INGENIERÍA EN
ALIMENTOS

NOMBRE : _____ **CARRERA:** _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Mi 04/09/19**

Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando todas sus respuestas.

a) V AB es antisimétrica si A es escalar y B antisimétrica

Justificación:

Toda matriz escalar A se puede escribir como $A = \alpha I$, con α un escalar real.

Por otro lado, B es antisimétrica, es decir, $B^T = -B$

Luego: $(AB)^T = B^T A^T = -B(\alpha I)^T = -B(\alpha I) = -(\alpha I)B = -(AB)$

Esto muestra que si A es escalar y B antisimétrica, entonces AB es antisimétrica

b) F Si $A = (a_{ij})_{2 \times 3}$, es tal que $a_{ij} = \frac{i}{j}$, entonces $A^T A$ es no singular

Justificación:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$
$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & \frac{5}{2} & \frac{5}{3} \\ \frac{5}{2} & \frac{5}{4} & \frac{5}{6} \\ \frac{5}{3} & \frac{5}{6} & \frac{5}{9} \end{bmatrix}$$

$$\text{Ahora } |A^T A| = \frac{125}{36} + \frac{125}{36} + \frac{125}{36} - \frac{125}{36} - \frac{125}{36} - \frac{125}{36} = 0$$

Lo anterior muestra que $A^T A$ es singular

c) F $|3AB^{-1}| = 3^n$, si $|A| = 3$ y $|B| = 9$, donde n es el orden de las matrices A y B .

Justificación:

$$|3AB^{-1}| = 3^n |AB^{-1}| = 3^n |A| |B^{-1}| = 3^n 3 \frac{1}{|B|} = 3^n 3 \frac{1}{9} = \frac{3^n}{3} = 3^{n-1} \neq 3^n, \text{ con}$$

$n \in \mathbb{N}$

(60 puntos)