UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

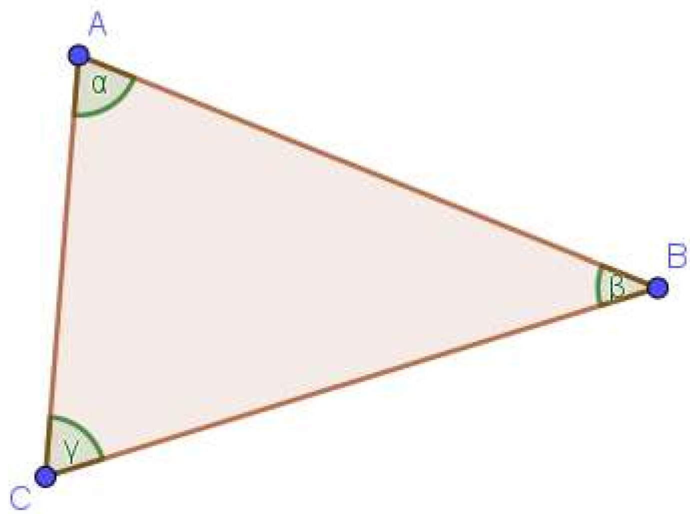
PAUTA TEST N° 3 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :____ CARRERA:________
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS FECHA : Ma 06/05/25

1) Calcule, usando dos decimales redondeados, los ángulos interiores del triángulo de vértices $(1,2,-1)$, $(2,0,1)$ y $(3,-2,0)$

(30 puntos)

Solución:
Sean $A=(1,2,-1)$, $B=(2,0,1)$ y $C=(3,-2,0)$



Para calcular α consideremos como punto común a A

$\boldsymbol{a}=B-A=(2,0,1)-(1,2,-1)=[1,-2,2]$

$\boldsymbol{b}=C-A=(3,-2,0)-(1,2,-1)=[2,-4,1]$

$cos(\alpha)=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{\|\boldsymbol{a}\|\,\|\boldsymbol{b}\|} \Rightarrow cos(\alpha)=\frac{[1,-2,2]\cdot[2,-4,1]}{\|[1,-2,2]\|\,\|[2,-4,1]\|} \Rightarrow cos(\alpha)=\frac{2+8+2}{\sqrt{9}\sqrt{21}} \Rightarrow$

$cos(\alpha)=\frac{12}{3\sqrt{21}} \Rightarrow cos(\alpha)=\frac{4}{\sqrt{21}} \Rightarrow \alpha=Arccos\left(\frac{4}{\sqrt{21}}\right) \Rightarrow \alpha\approx 29.21°$

Ahora para calcular β consideremos como punto común a B
$\boldsymbol{c} = A - B = (1,2,-1) - (2,0,1) = [-1,2,-2]$
$\boldsymbol{d} = C - B = (3,-2,0) - (2,0,1) = [1,-2,-1]$
$cos(\beta) = \frac{\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{d}}{\| \boldsymbol{c} \| \| \boldsymbol{d} \|} \Rightarrow cos(\beta) = \frac{[-1,2,-2] \cdot [1,-2,-1]}{\| [-1,2,-2] \| \| [1,-2,-1] \|} \Rightarrow cos(\beta) = \frac{-1-4+2}{\sqrt{9}\sqrt{6}} \Rightarrow$
$cos(\beta) = \frac{-3}{3\sqrt{6}} \Rightarrow cos(\beta) = -\frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \beta = Arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right) \Rightarrow \beta \approx 114.09°$
Para obtener γ debemos recordar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo suman $180°$
$\gamma = 180° - 29.21° - 114.09° = 36.70°$ ❑

2) Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando su respuesta.
___F___ El vector director de la recta $\frac{y+3}{2} = 1 - x = 2z + 1$ es paralelo al vector $[1,-1,1] \times [2,1,1]$

(30 puntos)

Solución:
Obtengamos, en primer lugar, el vector director de la recta
$\frac{y+3}{2} = 1 - x = 2z + 1 = t$

$1 - x = t \Rightarrow x = 1 - t$
$\frac{y+3}{2} = t \Rightarrow y + 3 = 2t \Rightarrow y = 2t - 3$
$2z + 1 = t \Rightarrow 2z = t - 1 \Rightarrow z = \frac{1}{2}t - \frac{1}{2}$
Los valores que acompañan al parámetro t, luego de despejar cada variable, forman el vector director que es $\boldsymbol{r} = \left[-1,2,\frac{1}{2}\right]$
En segundo lugar calculemos el producto cruz $[1,-1,1] \times [2,1,1]$

$$[1,-1,1] \times [2,1,1] = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = [-2,1,3]$$

Veamos si los vectores obtenidos son paralelos
$\left[-1,2,\frac{1}{2}\right] = \mu[-2,1,3] \Rightarrow$
$-1 = -2\mu \Rightarrow \mu = \frac{1}{2}$
$2 = \mu \Rightarrow \mu = 2$
Lo anterior nos dice que los vectores no pueden ser paralelos, pues hemos obtenido dos valores distintos para el escalar μ ❑