

PAUTA TEST N° 2 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL — INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **CARRERA:** _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Ju 03/04/25**

1) Calcule
$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 2 & 5 & 8 & 1 \end{vmatrix}$$

(30 puntos)

Solución:

Usando la definición y eligiendo la fila 3, tenemos que

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 2 & 5 & 8 & 1 \end{vmatrix} = \sum_{j=1}^4 a_{3j} c_{3j} = a_{31} c_{31} + a_{32} c_{32} + a_{33} c_{33} + a_{34} c_{34} =$$

$$0 c_{31} + 1 c_{32} + 3 c_{33} + 7 c_{34} = c_{32} + 3 c_{33} + 7 c_{34}$$

$$c_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ 2 & 8 & 1 \end{vmatrix} = - (3 - 6 + 16 - 6 + 24 - 2) = - 29$$

$$c_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 12 + 10 - 4 + 15 + 4 = 39$$

$$c_{34} = - \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \end{vmatrix} = - (16 - 12 + 10 - 4 - 15 + 32) = - 27$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 2 & 5 & 8 & 1 \end{vmatrix} = c_{32} + 3 c_{33} + 7 c_{34} = - 29 + 3(39) + 7(- 27) = - 101$$

Finalmente,
$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 2 & 5 & 8 & 1 \end{vmatrix} = - 101 \quad \square$$

2) Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando su respuesta.

___F___ Si $|A| = 3$ y $|B| = 2$, entonces $|(A^3)^T \cdot B^{-1} \cdot (A \cdot B)^2| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -4 \end{vmatrix}$
(30 puntos)

Justificación:

$$\begin{aligned} |(A^3)^T \cdot B^{-1} \cdot (A \cdot B)^2| &= |(A^3)^T| |B^{-1}| |(A \cdot B)^2| = |A^3| \left| \frac{1}{|B|} \right| |A \cdot B|^2 = \\ |A|^3 \left| \frac{1}{|B|} \right| |A \cdot B| |A \cdot B| &= |A|^3 \left| \frac{1}{|B|} \right| |A| |B| |A| |B| = |A|^5 |B| = 3^5 \cdot 2 = 486 \\ \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -4 \end{vmatrix} &= -8 + 2 + 0 + 4 - 8 - 0 = -10 \end{aligned}$$

Observamos que: $|(A^3)^T \cdot B^{-1} \cdot (A \cdot B)^2| = 486 \neq -10 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -4 \end{vmatrix}$ □