

PAUTA TEST N° 2 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **CARRERA:** _____
TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS **FECHA : Ma 21/03/23**

Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando todas sus respuestas.

a) F La inversa de una matriz antisimétrica de orden 2 no existe.

Justificación:

Tenemos que $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ es una matriz antisimétrica.

$$\text{Luego } A^{-1} = \frac{1}{0-(-4)} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

Esto muestra que existe una matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ que es antisimétrica y para la cual la inversa existe. \square

b) F Si $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ es simétrica y $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ es antisimétrica, ambas no nulas, entonces $(A + B)^{-1} = (A - B)^T$

Justificación:

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ una matriz simétrica y sea $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ una matriz antisimétrica, ambas no nulas.

Se tiene que $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y además

$$(A + B)^{-1} = \frac{1}{2-5} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Por otro lado,

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } (A - B)^T = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Finalmente observamos que

$$(A + B)^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = (A - B)^T \quad \square$$

(60 puntos)