

PAUTA TEST N° 2 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **CARRERA:** _____
TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS **FECHA : Ju 07/04/22**

Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando su respuesta.

1) F Si $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ es una matriz simétrica y $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ es una matriz antisimétrica, entonces $\det(A^T + B^T) = \det(A) \det(B)$

Justificación:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ es una matriz simétrica}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \text{ es una matriz antisimétrica}$$

$$A^T + B^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Luego } \det(A^T + B^T) = 2 + 8 = 10$$

$$\text{Por otro lado, } \det(A) = 2 - 1 = 1 \text{ y } \det(B) = 9, \text{ luego } \det(A) \det(B) = 9$$

$$\text{Finalmente, notamos que } \det(A^T + B^T) = 10 \neq \det(A) \det(B) = 9 \quad \square$$

2) F Los valores de x de modo que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ x & 1 & x \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

posea inversa, son todos positivos.

Justificación:

Para que una matriz posea inversa, su determinante debe ser distinto de cero.

$$\begin{vmatrix} 1 & x & -1 \\ x & 1 & x \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + x + x - x^2 = -x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + \frac{\sqrt{8}}{2} \approx 2.41 > 0 \\ x_2 = 1 - \frac{\sqrt{8}}{2} \approx -0.41 < 0 \end{cases}$$

Esto muestra que existe un valor de $x = x_1$ positivo, para el cual la inversa de A no existe.

(60 puntos)