

PAUTA TEST N° 1 ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **CARRERA:** _____
TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS **FECHA : Ma 19/08/25**

Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando todas sus respuestas.

a) F El producto de dos matrices simétricas de orden 3 es siempre simétrica

Justificación:

Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ dos matrices simétricas de orden 3.

Tenemos que

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 1 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

no es simétrica.

Esto muestra que el producto de dos matrices simétricas de orden 3 no siempre es simétrica. $\square$

b) F Si $A = (a_{ij})_{2 \times 3}$, con $a_{ij} = (-2)^{i+j}$ y $B = (b_{ij})_{3 \times 2}$, con $b_{ij} = \begin{cases} 0 & , \text{ si } i > j \\ j+i & , \text{ si } i \leq j \end{cases}$ entonces $A \cdot B = B^T \cdot A^T$

Justificación:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-2)^2 & (-2)^3 & (-2)^4 \\ (-2)^3 & (-2)^4 & (-2)^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 16 \\ -8 & 16 & -32 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 16 \\ -8 & 16 & -32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 - 32 \\ -16 & -24 + 64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -20 \\ -16 & 40 \end{pmatrix}$$

$$B^T \cdot A^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -8 & 16 \\ 16 & -32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 12 - 32 & -24 + 64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ -20 & 40 \end{pmatrix}$$

Notamos que $A \cdot B \neq B^T \cdot A^T$ $\square$

(60 puntos)