

LISTADO 2 DE EJERCICIOS DE ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

1) Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando su respuesta.

- a) _____ $[2, 1, -1] \in \langle \{[1, 1, 1], [2, 1, 3]\} \rangle$
- b) _____ El conjunto $\{(a \cdot b) a \times b, 2a - b, \text{proy}_b a\}$ es base de $\mathbb{R}^3$, si $a = [1, -2, 3]$ y $b = [2, -3, 1]$
- c) _____ El conjunto $\{a, b, a \times b\}$ es una base ortogonal de $\mathbb{R}^3$, si a y b son vectores no nulos.
- d) _____ $B = \{[\text{sen}(x), \cos(x)], [-\cos(x), \text{sen}(x)]\}$ es una base ortonormal de $\mathbb{R}^2$, para cualquier $x \in \mathbb{R}$
- e) _____ La función $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f[x, y, z] = [3x - 2y, x + y, z - y + x]$ posee inversa.
- f) _____ La matriz asociada al operador $P: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $P[a, b] = [a + b, a - b]$ es simétrica.
- g) _____ Los valores propios de $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T[x, y] = [3x - 2y, -x + 5y]$ son todos positivos.
- h) _____ Si $\{a, b, c\}$ es l.i., entonces $\{a + b, b + c, a + c\}$ también lo es.
- i) _____ Si $S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 / 3x - y + z = 0\}$, entonces $\dim(S) = 2$
- j) _____ $\{1, x, x^2, x^3, \dots, x^n\}$ es base de $\mathcal{P}_n(\mathbb{R})$
- k) _____ $S \perp P$ (S ortogonal con P) si $\forall a \in S, \forall b \in P, \langle a, b \rangle = 0$.

Entonces los conjuntos

$S = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 / 2x - 3y + z = 0\}$ y $P = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 / \frac{x}{2} = -\frac{y}{3} = z\}$ son ortogonales

2) Calcule los valores y vectores propios asociados a la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

3) Obtenga $[R]_{B_1}^{B_2}$ si se sabe que $B_1 = \{[1, 1], [2, 3]\}$ y $B_2 = \{1, x, x^2\}$ con $R[a, b] = (a + b)x^2 - bx + a$

4) Obtenga una base ortonormal para $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, distinta de la canónica y sus derivadas.