

**LISTADO 1 DE EJERCICIOS DE ÁLGEBRA LINEAL
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA**

1) Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando su respuesta.

a) _____ El plano que pasa por los puntos $(1, -1, 3)$, $(2, 1, 0)$ y $(2, 2, -2)$ interseca a la recta $2x = 1 + t$, $y = 1 - t$, $z = 2t + 2$

b) _____ El ángulo formado por los planos $3x - 2y + z = 1$ y $-x + 2y - z = 2$ es 43.2°

c) _____ El punto $(a, -a, 2a)$, con $a \neq 0$, pertenece a la intersección de los planos $3x - y + z = 6a$ y $2x + 2y + 3z = 2a$

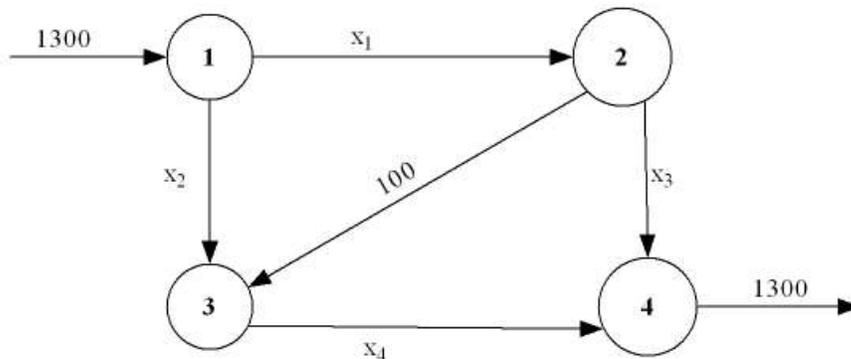
d) _____ El triángulo de vértices $(1, 0, -1)$, $(-2, 2, 0)$ y $(0, -2, 1)$ es isósceles.

e) _____ El área del triángulo cuyos vértices son $(1, -2, 3)$, $(4, 2, -3)$ y $(1, a + 1, 2 - a)$, con $a > 0$, es siempre mayor que $\sqrt{3}$

f) _____ El conjunto $F = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / A^T = -A\}$ es un subespacio vectorial de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

g) _____ El conjunto $R = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 / x = y\}$ es un subespacio vectorial de \mathbb{R}^2

h) _____ El agua fluye a través de una red de tuberías, en miles de metros cúbicos por hora, como se muestra en la siguiente figura



Entonces la suma de los flujos desconocidos es 2600.

2) Obtenga la fórmula de la distancia entre dos planos paralelos.

3) Dos rectas se dicen *alabeadas* si no se intersecan ni son paralelas.

Determine si las rectas $\frac{x+1}{3} = \frac{2-3z}{4} = 4y - 1$ y $x = 1 + t, 2y = t, 3z = t + 1$ son alabeadas.

4) Calcule la distancia desde el punto $(1, 1, 1)$ a la recta $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x - y + 2z = 2 \end{cases}$

5) El producto escalar triple entre los vectores $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ y $\mathbf{c} = (c_1, c_2, c_3)$ se define de la siguiente manera $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$

Muestre que : $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

6) Sean L_1 y L_2 dos rectas alabeadas, con vectores directores correspondientes \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 . Además P_1 y P_2 puntos pertenecientes a las rectas L_1 y L_2 , respectivamente.

La fórmula de la distancia entre L_1 y L_2 está definida de la siguiente forma

$$d(L_1, L_2) = \frac{|\mathbf{r}_1 \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2)|}{\|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2\|}$$

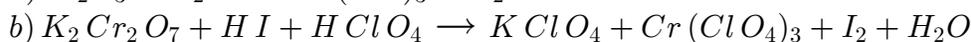
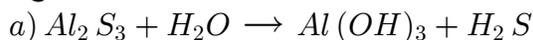
Usando la fórmula anterior, calcule la distancia entre las rectas $-2 - x = \frac{y+3}{-2} = z$ y $2x - 1 = \frac{3+y}{2} = 3z$

7) Calcule la distancia entre los planos $x + 5y - 4z = 1$ y $4x - y + 5z = 4$

8) Muestre que la distancia d del punto $A = (a_1, a_2, a_3)$ al plano $Ax + By + Cz = D$ es $d = \frac{|Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 - D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

Utilice esta fórmula para calcular la distancia del punto $(1, 0, 0)$ al plano $3x - 2y + 3z = -5$

9) Usando sistemas de ecuaciones lineales, balancee las ecuaciones químicas siguientes



10) La proyección del vector \mathbf{a} sobre el \mathbf{b} está dada por $proj_{\mathbf{b}} \mathbf{a} = \frac{\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle}{\|\mathbf{b}\|^2} \mathbf{b}$

Calcule la proyección del vector $[1, 3, 2] \times [-1, 2, 0]$ sobre el vector $\langle [-1, 2, 1], [2, -1, 4] \rangle [2, -3, 3]$