UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 3 CÁLCULO 1 CÁLCULO DIFERENCIAL
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :____ CARRERA:________
TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA FECHA : Mi 12/04/23

$1)$ Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando todas sus respuestas.

$a)$ ___F___ El triángulo con vértices $(6,\,-7)$, $(11,\,-3)$, $(1,0)$ es rectángulo
Justificación:
Sean $A=(6,\,-7)$, $B=(11,\,-3)$ y $C=(1,0)$
Si el triángulo es rectángulo, entronces se debe cumpkir el teorema de Pitágoras.
Calculemos las longitudes de los lados.
$a=d(A,B)=\sqrt{(11-6)^2+(-3+7)^2}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{25+16}=\sqrt{41}$
$b=d(A,C)=\sqrt{(1-6)^2+(0+7)^2}=\sqrt{(-5)^2+7^2}=\sqrt{25+49}=\sqrt{74}$
$c=d(B,C)=\sqrt{(1-11)^2+(0+3)^2}=\sqrt{(-10)^2+3^2}=\sqrt{100+9}=\sqrt{109}$
Observamos que la hipotenusa debe ser el número mayor, es decir, $c=\sqrt{109}$
Tenemos que $c^2=109\neq a^2+b^2=41+74=115$
Esto muestra que el triángulo no es rectángulo. ❑

$b)$ ___F___ Las rectas $2x+y=-1$ y $(y-1)=2(x+1)$ son perpendiculares
Justificación:
De la primera recta se tiene que
$2x+y=-1\Rightarrow y=-1-2x$
Luego la pendiente de esta primera recta es $m_1=-2$
De la segunda recta se tiene que
$(y-1)=2(x+1)\Rightarrow y-1=2x+2\Rightarrow y=2x+2+1\Leftarrow y=2x+3$
Luego la pendiente de la segunda recta es $m_2=2$
Ahora $m_1\cdot m_2=-2\cdot 2=-4\neq -1$, es decir, las rectas no son perpendiculares. ❑

$c)$ ___F___ Si $k=2$, entonces la distancia de $(-2,3)$ a la recta $2x-4y=k$ es igual a 1

Justificación:

Si la recta es $L: Ax+By=C$, entonces la distancia desde el punto $P=(x_1,y_1)$ a la recta anterior es

$d(P,L)=\frac{|Ax_1+By_1-C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

Del enunciado se observa que $x_1=-2$, $y_1=3$, $A=2$, $B=-4$ y $C=2$

Luego

$d(P,L)=\frac{|Ax_1+By_1-C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|(2)(-2)+(-4)(3)-2|}{\sqrt{2^2+(-4)^2}}=\frac{|-4-12-2|}{\sqrt{4+16}}=\frac{|-18|}{\sqrt{20}}=\frac{18}{\sqrt{20}}\neq 1$ ❑

$d)$ ___V___Todos los números en el intervalo $[0,3]$ satisfacen la inecuación $|r-3|\leq 3$

Justificación:

$|r-3|\leq 3 \Rightarrow r-3\leq 3 \ \wedge\ r-3\geq -3 \Rightarrow r\leq 6\ \wedge r\geq 0 \Rightarrow r\in [0,6]$

Como $[0,3]\subseteq [0,6]$, esto muestra que todos los números en el intervalo $[0,3]$ satisfacen la inecuación $|r-3|\leq 3$ ❑

(40 puntos)

$2)$ Obtenga el centro y el radio de la circunferencia $x^2+y^2-2x=6$

(20 puntos)

Solución:

Completando cuadrados

$x^2+y^2-2x=6 \Rightarrow (x^2-2x)+y^2=6 \Rightarrow (x-1)^2+y^2=6+1 \Rightarrow$

$(x-1)^2+y^2=7$

Comparando lo anterior con la ecuación canónica de la circunferencia

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

se tiene que el centro $C=(h,k)=(1,0)$ y el radio $r=\sqrt{7}$ $(r^2=7)$ ❑