UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA CERTAMEN N° 2 CÁLCULO 1 CÁLCULO DIFERENCIAL
INGENIERÍA AMBIENTAL — INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :____ CARRERA:________
TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA 30 MINUTOS FECHA : Mi 24/05/23

1) Responda V (Verdadero) o F (Falso), justificando todas sus respuestas.

$a)$ ___V___ El centro de $x^2+\frac{y^2}{9}=1$ coincide con uno de los vértices de $\frac{(x+2)^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

Justificación:

El centro de la elipse $x^2+\frac{y^2}{9}=1$ es $(0,0)$

De la ecuación de la hipérbola $\frac{(x+2)^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ se tiene que $h=-2,\ k=0,$ $a^2=4,\ a=2$

Los vértices de la hipérbola son $V_1=(h+a,k)=(-2+2,0)=(0,0)$ y $V_2=(h-a,k)=(-2-2,0)=(-4,0)$

Observamos que efectivamente el centro de $x^2+\frac{y^2}{9}=1$ coincide con uno de los vértices de $\frac{(x+2)^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ ❑

$b)$ ___F___ El centro de $-x^2-y^2+4x+6y=17$ es $(2,3)$

Justificación:

$-x^2-y^2+4x+6y=17 \Rightarrow x^2+y^2-4x-6y=-17 \Rightarrow$
$(x^2-4x)+(y^2-6y)=-17 \Rightarrow (x-2)^2+(y-3)^2=-17+4+9 \Rightarrow$
$(x-2)^2+(y-3)^2=-4$

Esto podría representar una circunferencia pero r^2 no puede ser negativo, por lo que no existe o mejor dicho no hay lugar geométrico. ❑

$c)$ ___V___ $\lim_{t\to 0}\frac{sen(t)}{t}=1$

Justificación:

t	$\frac{sen(t)}{t}$
-0.0001	0.999999998
0.0001	0.999999998

De la tabla se observa que por la izquierda y la derecha $\frac{sen(t)}{t}$ tiende a 1, es decir $\lim\limits_{t \to 0} \frac{sen(t)}{t} = 1$ ❑

$d)$ ___V___ $y'(1) = -1$ si $y + 1 = x^2 - 3x$
Justificación:
$y + 1 = x^2 - 3x \Rightarrow y = x^2 - 3x - 1 \Rightarrow y' = 2x - 3 \Rightarrow y'(1) = 2(1) - 3 = -1$
Otra forma de trabajar el ejercicio es usando derivación implícita:
$y + 1 = x^2 - 3x \Rightarrow (y+1)' = (x^2 - 3x)' \Rightarrow y' + 0 = 2x - 3 \Rightarrow y' = 2x - 3 \Rightarrow$
$y'(1) = 2(1) - 3 = -1$ ❑

$e)$ ___F___ Si $x\,y^2 = 1$, entonces $y'' = \frac{y}{4}$
Justificación:
$x\,y^2 = 1 \Rightarrow (x\,y^2)' = (1)' \Rightarrow y^2 + x\,(2y\,y') = 0 \Rightarrow y^2 + 2xy\,y' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{y^2}{2x\,y} \Rightarrow$
$y' = -\frac{y}{2x} \Rightarrow 2x\,y' = -y \Rightarrow (2x\,y')' = (-y)' \Rightarrow 2\,y' + 2x\,y'' = -y' \Rightarrow$
$2x\,y'' = -y' - 2y' \Rightarrow 2x\,y'' = -3\,y' \Rightarrow y'' = -\frac{3}{2}\frac{y'}{x} \Rightarrow y'' = -\frac{3}{2}\frac{(-\frac{y}{2x})}{x} \Rightarrow$
$y'' = -\frac{3}{2}\frac{-y}{2\,x^2} \Rightarrow y'' = \frac{3\,y}{4\,x^2} \neq \frac{y}{4}$ ❑

(40 puntos)

2) Indique la primera derivada de las siguientes funciones:

$a)\, sen(x)$	$b)\, cos(x)$	$c)\, tg(x)$	$d)\, sec(x)$	$e)\, Arctg(x)$
$f)\, e^{-x}$	$g)\, ln(x)$	$h)\, 2^x$	$i)\, x^3 - 3x^2$	$j)\, log_{10}\, x$

(20 puntos)

Solución:
$a)\, [sen(x)]' = cos(x) b)\, [cos(x)]' = -sen(x)$ $\quad c)\, [tg(x)]' = sec^2(x)$

$d)\, [sec(x)]' = sec(x)\, tg(x)$ $\quad e)\, [Arctg(x)]' = \frac{1}{1+x^2}$

$f)\, [e^{-x}]' = -e^{-x}$ $\quad g)\, [ln(x)]' = \frac{1}{x}$ $\quad h)\, [2^x]' = 2^x\, ln(2)$

$i)\, [x^3 - 3x^2]' = 3x^2 - 6x$ $\quad j)\, [log_{10}(x)]' = \frac{1}{x}\, log_{10}\,(e)$ ❑