UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

# LISTADO 2 DE EJERCICIOS DE ÁLGEBRA LINEAL

Responda Verdadero (V) o Falso (F), **justificando todas sus respuestas**

1) ______ Si $\{v_1, v_2\}$ es un conjunto linealmente independiente del espacio vectorial $V$, entonces $B = \{v_1 - v_2,\ v_1 + v_2,\ 2v_2 + 3v_1\}$ es linealmente dependiente.

2) ______ El conjunto solución del sistema $ax = 0\,;\ ay = 0$, con $a \neq 0$, es un subespacio vectorial.

3) ____ $L = \{a - x + ax^2, ax^2 - a, 1 + 3x^2\}$ es base de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$, con $a$ constante real fija distinta de cero.

4) ____ Si $p(x) = ax^2 + ax + a$, con $a \neq 0$, entonces $B = \{p(x), \frac{dp(x)}{dx}, \frac{d^2p(x)}{dx^2}\}$ es base de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.

5) ______ La matriz $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ siempre se puede escribir como combinación lineal de una matriz simétrica y una antisimétrica, ambas de orden 2.

6) ______ $B = \{(1, a, a), (-a, 3, a), (a, 2, 0)\}$ siempre es base de $\mathbb{R}^3$, con $a \in \mathbb{R} - \{0\}$

7) ______ Toda combinación lineal de dos soluciones de un sistema homogéneo es también solución de tal sistema.

8) _____ El vector de coordenadas de $(-1, 0, 1)$ con respecto a la base $\{(1, 0, 2), (-1, 2, 0), (0, 0, 1)\}$ es $(1, 1, -1)$.

9) _____ Si $A = \,<\{x - 1, x + 1\}>$, entonces $2x - 1 \in A$

10) _____ Si $u$ y $v$ son vectores de $\mathbb{R}^n$ tales que $\|u\| = \|v\|$, entonces $u + v$ y $u - v$ son vectores paralelos.

11) _____ Si $u$ y $v$ son vectores unitarios y ortogonales, entonces la longitud de $u + 3v$ es $\sqrt{10}$

12) _____ Si $\|x\| = 1$ y $\|y\| = 1$, entonces $< x + \alpha y, x - \alpha y > \ \geq 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

13) _____ Si $x$ y $y$ son vectores ortogonales, entonces $x + y$ es unitario.

14) _____ $\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / \,|\,A\,| = 0\} \leq \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

15) _____ Si $traza(A) = 3$ , $\|A\|_2 = 4$ y $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, entonces $det(A) = 1$.

16) ____ El conjunto $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ es $l.d.$

17) ____ El conjunto $S = \{\theta_V\}$ es un subespacio vectorial de $V$.

18) ______ $S = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / \, A^T - A = \theta\}$ posee una base con dos elementos.

19)_____ Las matrices diagonales siempre tienen mayor longitud que las matrices escalares.

20)_____ Un conjunto constituido por dos vectores ortogonales cualesquiera de $\mathcal{P}_1(\mathbb{R})$ es una base para el espacio.

21) ______ Si $0$ es un valor propio de la transformación lineal $T$, entonces $T$ es inyectiva.

22) ______ Existe una transformación lineal de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$ cuya nulidad es cero.

23) ______ $< a \times b \, , \, b \times a >$ es igual al doble del área del triángulo de lados $a$ y $b$

24) ______ Si $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ es tal que $A^2 = A$, entonces sus valores propios son siempre complejos.

25) ______ La transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, que transforma cada punto $(x, y)$ en su simétrico respecto de la recta $y = -x$ , es inyectiva.

26)_____ Si $Q = I - 2\, u\, u^T$, con $\|u\| = 1, u \in \mathbb{R}^n$, entonces $Q$ es ortogonal.

27)_____ Si $u$ y $v$ son dos vectores no nulos linealmente dependientes, entonces la proyección de $v$ sobre $u$ es $u - v$.

28)_____ El conjunto $B = \{\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w}\}$ es base de $\mathbb{R}^3$, con
$\boldsymbol{v} = (0, a, 1)$, $\boldsymbol{w} = a\,\widehat{\boldsymbol{j}} + a\,\widehat{\boldsymbol{k}}$ y $a \neq 0$

29)_____ No existe vector en $\mathbb{R}^3$ que tenga longitud 3 y sea perpendicular a $(1, -1, 3)$.

30)_____ Si un plano pasa por los puntos $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ y $(0, 0, c)$, entonces su ecuación es $x + y + z = abc$

31)_____ La ecuación de la recta que es paralela a la recta $\frac{x-1}{2} = 2 - y = \frac{-z+3}{4}$ y pasa por el punto $(-1, 3, 4)$ es $\frac{x+1}{2} = y - 3 = \frac{z+4}{4}$

32)_____ El triángulo formado por los puntos $(-3, 5, 6)$, $(-2, 7, 9)$ y $(2, 1, 7)$ posee ángulos interiores iguales a $45°$, $45°$ y $90°$

33)_____ En $\mathbb{C}^2$ se define el producto interior $< x, y > = \sum_{i=1}^{n} x_i \, \overline{y}_i$, donde $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{C}$, $y = (y_1, y_2) \in \mathbb{C}$. Los vectores $x = (3, i)$ y $y = (-3, -i)$ son ortogonales si usamos el producto interior definido.

34)_____ Los valores propios de la matriz $\begin{bmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{bmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$, son números complejos.

35) ______ La recta que pasa a través del punto $(1, 0, -1)$ y es paralela a la recta $x = 1 - 2t$, $y = 3t$, $z = 5 + 3t$ se intersecta con $\frac{1-x}{-3} = \frac{1-y}{2} = \frac{z-4}{1}$

36)______ La recta $\frac{x+2}{-6} = \frac{3y-1}{6} = \frac{1-z}{3}$ y el plano $3x + 2y + 2z + 4 = 0$ son paralelos.

37) _____No existen vectores propios asociados a los valores propios de la transformación idéntica.

38)______Los vectores $proy_a b$ y $proy_a a$ son ortogonales en $\mathbb{R}^3$

39)______ El vector de magnitud 7 cuyos cosenos directores son $\frac{1}{\sqrt{6}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$ y $\frac{1}{\sqrt{2}}$ posee dos componentes iguales.

40)______ Los planos $z = x + y$ y $2x - 5y - z = 1$ se intersectan generando la recta $x = 6t$, $y = -6 + t$, $z = -6 + 7t$.

41) ______ Si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ posee valores propios $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, entonces $det(A) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \cdot \cdot \lambda_n$

42)______Si $u$ y $v$ son vectores unitarios de $\mathbb{R}^3$, entonces $\|u \times v\|^2 + < u, v >^2 = 1$

43) _____ Sean $\boldsymbol{u} = (-1, 2, t)$ y $\boldsymbol{v} = (4, 2t, -1)$. El valor de $t$ de modo que $\boldsymbol{u} \perp \boldsymbol{v}$ es $\frac{3}{4}$

44) ______ $Ker(T)$, donde $T$ es una transformación lineal, siempre es distinto de vacio.

45)______ El punto $P(2, 4, 0)$ es un punto de intersección entre las rectas $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = z + 1$ y $x = 2 - 3t$; $y = t$; $z = -1 + t$, $t \in \mathbb{R}$.

46)______ El ángulo formado por los planos $x + y + z = 1$ y $2x - 3y + z = -1$ es $20,67°$.