



## Listado 2 — Cálculo Numérico

### MÍNIMOS CUADRADOS

**Pregunta 1.** Considere los datos de la siguiente tabla

$x$	-1	0	1
$y$	2	-2	1

Encuentre los parámetros  $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$  que aproximan, en el sentido de los mínimos cuadrados, los datos anteriores cuando el modelo es:

- a)  $f(x) = c_1 + c_2x$   
b)  $g(x) = c_1 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + c_2 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

En ambos casos calcule la norma 2 del residuo y, justificadamente, decida cuál modelo es la mejor aproximación.

**Pregunta 2.** Sea  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$  una colección de puntos. Linealice las siguientes ecuaciones y escriba el sistema de ecuaciones lineales a resolver en el sentido de los mínimos cuadrados.

$$f(x) = \frac{\exp(rx)}{a + \exp(rx)}, \quad g(x) = \alpha x 3^{\beta x}, \quad h(x) = \frac{kx}{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2}$$

### INTEGRACIÓN NUMÉRICA

**Pregunta 3.** Aproxime el valor de

$$\int_0^1 x^3 dx$$

- a) Mediante la Regla del Punto Medio Elemental  
b) Mediante la Regla de Simpson Elemental  
c) Mediante la Regla del Trapecio Compuesta, con  $h = \frac{1}{4}$ .

**Pregunta 4.** Utilizando la Regla del Trapecio Elemental en la variable  $x$  y la Regla de Simpson Elemental en la variable  $y$ , calcule el valor de

$$\int_1^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(xy) dy dx$$

**Pregunta 5.** Considere la siguiente regla de cuadratura

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \omega_1 f(0) + \omega_2 f(1/2) + \omega_3 f(1)$$

Determinar los pesos  $\omega_1, \omega_2$  y  $\omega_3$  de modo que la regla sea exacta para polinomios del mayor grado posible.