



## Listado 1 — Cálculo Numérico

### ECUACIONES NO LINEALES

**Pregunta 1.** Considere el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + (y - 2)^2 = 4 \end{cases}$$

Realice dos iteraciones del Método de Newton para calcular una aproximación  $x$  e  $y$ . Utilice  $x_0 = 1$  e  $y_0 = 1$  como valores iniciales.

**Pregunta 2.** Escriba un esquema del método de Newton-Raphson para aproximar los siguientes números irracionales:

- (1)  $\pi$
- (2)  $e$
- (3)  $\sqrt{5}$

Para el último caso realice tres iteraciones del esquema obtenido, considerando como punto inicial  $x_0 = 2$ .

**Pregunta 3.** Utilice el método de la bisección para resolver la ecuación

$$6 \cos(\pi x) - 9x^2 = 2$$

considerando el intervalo  $[0, 2]$ . Realice sólo tres iteraciones del esquema. ¿Cuántas iteraciones son necesarias para asegurar un error de aproximación menor a  $10^{-6}$ ?

**Pregunta 4.** Considere la siguiente ecuación no lineal:

$$x^3 + 5x + 5 = 2x^3 - 3x^2 - 4$$

Realice dos iteraciones del esquema de Newton-Raphson con  $x_0 = 1$ . ¿Qué puede concluir sobre la convergencia del método?

Realice dos iteraciones del método de la secante, con  $x_0 = 1$  y  $x_1 = -1$ .

### INTERPOLACIÓN

**Pregunta 5.** Calcule los coeficientes  $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$  de modo que la función  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 + ex^3, & x \in [0, 1] \\ c + x + dx^3, & x \in ]1, 2] \end{cases}$$

sea una spline cúbica natural.

**Observación:** En una versión anterior, se consideró  $e = 1$ . Se puede demostrar que, en ese caso,  $f$  nunca es una spline cúbica natural.

**Pregunta 6.** Utilizando los polinomios de Lagrange, encuentre el polinomio que interpola a  $f(x) = e^x$  en  $(0, 1)$ ,  $(1, e)$   $(\frac{3}{2}, e^{\frac{3}{2}})$ , y  $(2, e^2)$ .