LA ATMÓSFERA EN REPOSO

Las propiedades de la atmósfera cambian más rápidamente en la vertical que en la horizontal, por lo que merecen particular atención. Para tratar este capitulo supondremos que la atmósfera está en reposo con respecto a la superficie de la Tierra que gira, es decir, la atmósfera está en rotación sólida con la Tierra, y que es un sistema en equilibrio mecánico, por lo que fuerza neta que actúa sobre él cero.

Una parcela de fluido unitaria en el campo gravitacional tiene energía potencial $d\phi$, debido a que debe hacer trabajo contra la fuerza de gravedad para cambiar su energía potencial, en un cambio de posición $d\vec{r}$, se tiene $d\phi = -\vec{g} - d\vec{r}$.

La fuerza de gravedad se puede representar por un potencial ϕ en la forma $\vec{g} = -\nabla\phi$, entonces $d\phi = \nabla\phi \cdot d\vec{r}$ es diferencial exacta, que físicamente significa que el trabajo es independiente de la trayectoria. Como

$$\vec{g} = -g\vec{h} \Rightarrow d\phi = gdZ$$

En general $g = g(\varphi, Z)$, pero para una latitud φ fija $d\phi = g(Z)dZ$

$$\varsigma = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{y} = \frac{V}{R} \rightarrow ? = \frac{V_0}{R}$$

$$Q = \frac{m}{H} = \frac{f_0}{H_0} \rightarrow \frac{f_0}{H-h} = te \rightarrow disminuye \Rightarrow aumentaRart$$

Integrando entre Z_0 y Z_1, se obtiene $\phi_1 - \phi_0 = \int_{Z_0}^{Z_1} g(Z)dZ$.

En general interesan más las variaciones de energía que su valor absoluto, por lo que se puede elegir por convención que en $Z_0 = o$, el nivel medio del mar, como nivel de referencia, donde $\phi_0 \equiv o$, así la energía de la parcela unitaria por unidad de masa en el nivel Z sobre el NMM es $\phi(Z) = \int_o^Z g(Z)dz$, ϕ se llama el potencial del campo de gravedad ó:

Geopotencial: En la energía requerida para elevar una masa unitaria desde el nivel del mar a la altura Z.

Las superficies $\phi = te$ se llaman superficies equípotenciales. No tienen l a mismas altura geométrica sobre el NMM; la línea de acción de $\vec{g}$ es siempre perpendicular a $\phi = cte$.

Dos parcelas de aire que están a la misma altura geométrica sobre el NMM, pueden estar sobre dos superficies geopotenciales diferentes, por lo tanto tienen diferentes energía potencial. Por lo tanto, la condición mecánica de la parcela no puede especificarse completamente por su altura geométrica. ¿Qué hacemos?

Supongamos que una masa unitaria se eleva en la vertical una distancia de 1m en un lugar donde $g = 9.8m/s^2 = cte.$ El cambio en ϕ de la masa unidad es

$$d\phi = gdZ = 9.8\frac{m}{s^2} \cdot 1m = 9.8m^2/s^2 \text{ (unidad de energía)}$$

Se puede definir una nueva cantidad $d\Phi$ dividiendo $d\phi$ por el valor medio de $g = 9.80665m/s^2$ al NMM:

$$d\Phi = \frac{d\phi}{9.80665m/s^2} = \frac{9.8m^2/s^2}{9.80665m/s^2}$$

Esta nueva cantidad con dimensiones de longitud y de valor casi igual a 1 se llama “metro geopotencial *mgp*”; representa $1/9.80665$ la energía requerida para elevar la masa unitaria una distancia de 1cm geométrico contra la fuerza de gravedad. Se puede escribir

$$\Phi(mgp) = \frac{1}{9.80665}\int_{o}^{Z} g(Z)dZ$$

Llamada “altura geopotencial”, medida en *mgp*. Su valor numérico es casi igual a la altura geométrica sobre el NMM.

En meteorología es de particular interés la diferencia de geopotencial entre dos superficies geopotenciales, se llama “espesor geopotencial” o simple % espesor, y es:

$$\phi_2 - \phi_1 = \int_{Z_1}^{Z_2} g(Z)dZ$$

O en metros geopotenciales (mgp)

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \frac{1}{9.80665}\int_{Z_1}^{Z_2} g(Z)dZ$$

donde Z_1 y Z_2 son las alturas geométricas de las superficies geopotenciales ϕ_1 y ϕ_2 respectivamente. Se debe tener siempre en mente que altura geopotencial realmente significa energía potencial gravitacional.

La magnitud de g se puede aproximar por: $g = \dfrac{g_0}{(1+Z/a)^2}$, a radio terrestre y g_0 al NMM

Reemplazando en Φ e integrando se obtiene

$$\Phi = \frac{g_0 Z}{9.80665(1 + Z / a)} \sim \frac{g_0 Z}{9.8} \text{ en } mgp$$

La altura geométrica en m es

$$Z \frac{9.80665\Phi / g_0}{1 - (9.80665\Phi / g_0 a)} \sim \frac{9.8\Phi}{g_0}$$

Por ejemplo en la latitud donde $g_0 = 9.80665 m / s^2$, en 500Hpa, donde $Z = 5600m$; se tiene $\Phi = 5595 mgp$.

Formulas barométrica e hipsométricas

Para una parcela de aire en reposo respecto a la Tierra, en equilibrio mecánico, $\vec{V}_3 = 0$. Como la fuerza de fricción es función de la derivada de $\vec{V}$, entonces $\vec{F}_R = 0$; y la fuerza de Coriolis $-Z\vec{\Omega} \times \vec{V}_3 = 0$. Las fuerzas que permanecen deben anularse para mantener el equilibrio mecánico, que es $d\vec{V}_3 / dt = 0$, así la ecuación de mov. se reduce $0 = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \vec{g}$ o, como

$$\vec{g} = -g\hat{h}, \ \frac{\partial p}{\partial Z} = -\rho g \ *$$

que es la ecuación hidrostática.

Como aquí nos interesan sólo las variaciones verticales, se puede obviar la derivada parcial y escribir:

$$dp = -\rho g dz \Rightarrow dp = -\rho d\phi \Rightarrow \frac{dp}{d\phi} = -\rho$$

Integrando la * entre Z=0 al NMM donde $p = p_0$ y $Z = 00$ en el tope de la atmósfera donde p=0 $p_0 = \int_0^{00} \rho g dz$

Una parcela de aire de área unitaria tiene masa $dM = \rho dZ$, y su peso es $gdM = \rho g dZ$. De la última ecuación se observa que la presión en su superficie es debido al peso de la columna de aire de área unitaria que se extiende desde superficie hasta el tope de la atmósfera. En general la presión a alguna altura Z sobre el NMM es igual al peso de la columna de aire sobre ese nivel.

La densidad del aire no es una variable que se mida en las estaciones meteorológicas, sino que es la temperatura y humedad (entre otras). Se puede usar la ecuación de estado para aire húmedo se definen (entre otras variables):

Humedad específica (μ): es la razón entre la masa de vapor de agua M_V y la masa total de aire húmedo $M = M_V + M_d$ (donde M_d es la masa de aire seco). Entonces

$$\mu = \frac{M_V}{M} = \frac{M_V}{M_V + M_d} \qquad \text{(se mide en gr./kg.)}$$

Temperatura virtual (T*): En la temperatura que una parcela de aire seco tendría si su presión y densidad fueran la de una parcela de aire húmedo. Matemáticamente su valor es:

$$T^*(1 + 0{,}608\mu)$$

La ecuación de estado para aire húmedo es:

$$p = \rho R_d T^*$$

En la atmósfera , μ no excede de 40gr/kg, y la diferencia entre T y T* nunca es mayor que 7k; generalmente es menor que 1k.

Se puede escribir ahora la ecuación hidrostática en la forma:

$$dp = -\frac{gp}{R_d T^*}dz \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{gdz}{R_d T^*} = -\frac{d\phi}{R_d T^*}$$

Integrándolas $Z_2 - Z_1 = -R_d \int_{p_1}^{p_2} \frac{T^*}{g}\frac{dp}{p}$ y $\phi_2 - \phi_1 = -R_d \int_{P_1}^{P_2} T^* \frac{dp}{p}$

Que se llaman "espesor" geométrico y geopotencial, respectivamente. En *mgp* es

$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{R_d}{9.8}\int_{p_1}^{p_2} T + \frac{dp}{p}$$

Si en general *g* se puede considerar constante, estas últimas se llaman "ecuaciones hipsométricas".

Si en lugar del espesor queremos la presión en el nivel Z (o en el geopotencial ϕ) se puede integrar la ecuación:

$$\int_{p_1}^{p} \frac{dp}{p} = -\frac{1}{R_d \int_{Z_1}^{Z} \frac{gdZ}{T^*}} \Rightarrow p = p_1 \exp\left[-\frac{1}{R_d}\int_{Z_1}^{Z} \frac{gdZ}{T^*}\right]$$

Se llama la fórmula barométrica. Para *g* cte., y suponiendo que en el espesor $Z - Z_1$ se puede tomar un valor medio para T*, se obtiene:

$$p = p_1 \ell^{-(g/R_d \overline{T}*)(Z-Z_1)} \qquad \text{donde} \qquad \frac{1}{\overline{T}*} = \frac{1}{Z - Z_1} \int_{Z_1}^{Z} \frac{dZ}{T*}$$

Atmósferas especiales:

El gradiente vertical de temperatura $-dT/dZ$ se llama "tasa de caída" (lapsse rate). Mide la tasa a la cuál la temperatura disminuye con la altura, se derrota por Γ, y matemáticamente es: $\Gamma = -\frac{dT}{dZ}$

Para aire húmedo. $\Gamma = -\frac{dT^*}{dZ}$, es a menudo más importante que $-dT/dZ$. Si $\Gamma >$ o (<o) la temperatura disminuye (aumenta) con la altura. Existe un número de atmósfera especiales que se pueden caracterizar por su gradiente de temperatura.

1.- La atmósfera isotérmica.

En este caso la temperatura virtual (ó T) no cambia con la altura , $T* = \overline{T}* = te$ y $\Gamma = 0$. Esto puede ocurrir en una capa o región de atmósfera, y en otras partes de la atmósfera $\Gamma \neq 0$. Para está atmósfera (ó capa ó región) se tiene:

$$\frac{p}{p_1} = \ell^{\frac{-g}{R_d \overline{T}*}(Z-Z_1)} \Rightarrow Z - Z_1 = \frac{R_d \overline{T}*}{g} lm\left(\frac{p_1}{p}\right)$$

Y el espesor geopotencial (en *mgp*) es:

$$\Phi - \Phi_1 = \frac{R_d \overline{T}^*}{9{,}8} lm\left(\frac{p_1}{p}\right)$$

Se observa que una atmósfera isotérmica tiene extensión vertical infinita, ya que *p=0* (por definición en el tope de la atmósfera) cuando $Z \to 00$. Se considera Z_1 al NMM, aquí Z_1=0 y $p_1=p_0$, y si en Z arbitrario la presión es p, se tiene: $p = p_0 \ell^{-gz/R_d\overline{T}^*}$ observar que la cantidad $g/R_d\overline{T}^*$ que es cte. Tiene dimensiones de longitud. Se define la altura de escala H para la atmósfera isotérmica, como aquella altura donde la presión se reduce a un valor $1/\ell$ de su valor en superficie. Esto es $p = \frac{1}{\ell} p_0$ en $Z = H$, entonces:

$$p = \ell^{-1} p_0 = p_0 \ell^{-gH/R_d\overline{T}^*} \Rightarrow \frac{gH}{R_d\overline{T}^*} = 1 \Rightarrow H \frac{R_d\overline{T}^*}{g}$$

Para valores de T típicos en la atmósfera (T~273k) H~8km.

2.- Atmósfera con gradiente constante

Si $\Gamma = te$, la temperatura es una función lineal de la altura, en este caso: $dT^* = -\Gamma dZ \Rightarrow T^* = T_1^* - \Gamma(Z - Z_1)$ * donde T_1^* es la temperatura virtual en el nivel Z_1.

De la formula barométrica; calculando primero la integral en la capa de espesor $Z - Z_1$, con *g cte.*:

$$\int_{Z_1}^{Z} \frac{dz}{T^*} = \int_{Z_1}^{Z} \frac{dZ}{T_1^* - \Gamma(Z - Z_1)} = -\frac{1}{\Gamma} lm\left[\frac{T_1^* - \Gamma(Z - Z_1)}{T_1^*}\right] = -\frac{1}{\Gamma} lm\left(\frac{T^*}{T_1^*}\right)$$

entonces se tiene:

$$p = p_1 \exp\left[\left(\frac{g}{R_d \Gamma}\right) lm\left(\frac{T^*}{T_1^*}\right)\right] \Rightarrow p = p_1\left(\frac{T^*}{T_1^*}\right)^{g/R_d\Gamma}$$

ecuación que permite calcular p conocida T en ese nivel. Reemplazando la expresión de T se puede obtener en función de Z:

$$p = p_1\left[\frac{T_1^* - \Gamma(z - z_1)}{T_1^*}\right]^{g/R_d\Gamma}$$

y la solución para el espesor Z-Z_1 es:

$$Z - Z_1 = \frac{T_1^*}{\Gamma}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{R_d\Gamma/g}\right]$$

Al NMM con $Z_1 = 0$, $p_1 = p_0$ y $T_1^* = T_0^*$, el valor de la presión a una altura Z es:

$$p = p_0\left(\frac{T_0^* - \Gamma Z}{T_0^*}\right)^{g/R_d\Gamma}$$

Se observa que la atmósfera con $\Gamma = cte > 0$, tiene una altura finita. En el tope de la atmósfera, $p = 0$, se tiene: $T_0^* - \Gamma Z = 0 \Rightarrow Z \equiv D = \frac{T_0^*}{\Gamma}$

D se llama profundidad de la atmósfera con $\Gamma = cte$, depende de la temperatura virtual en superficie y de Γ (a veces también se llama altura de escala). De aquí se deduce que la profundidad de una atmósfera isotérmica, donde

$\Gamma = 0$, es infinita, como se vio anteriormente. Si $\Gamma < 0$, tal atmósfera también puede ser de extensión vertical infinita.

3.- Atmósfera adiabática

En esta atmósferas la temperatura potencial del aire húmedo no saturado es constante con la altura. Esto puede darse en alguna capa de atmósfera, y los resultados son sólidos para esa capa. La temperatura potencial en este caso se puede aproximar por:

$$\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{K_d} \text{, con } k_d = R_d / c_{pd} \text{ entonces: } \frac{1}{\theta}\frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{T}\frac{dT}{dz} - \frac{k_d}{p}\frac{dp}{dz}$$

Como la atmósfera o capa es adiabática, $d\theta / dz = 0$ y se reduce a

$$\frac{dT}{dz} = \frac{Tk_d}{p}\frac{dp}{dz}$$

Usando las ecuaciones hidrostática y de estado para aire húmedo, queda:

$$\frac{dT}{dz} = \frac{Tk_d}{p} \cdot \left(\frac{-pg}{R_d T^*}\right) = -\frac{gK_d}{R_d}\frac{T}{T^*} = -\frac{g}{C_{pd}}\frac{T}{T^*}$$

suponiendo que T=T*, es decir considar aire seco de temperatura Γ_d, que es constante: $\Gamma_d = \dfrac{G}{c_{pd}}$

En algunos casos conviene definir una temperatura potencial virtual θ^* para aire húmedo no saturado:

$$\theta^* = T^*\left(\frac{p_0}{p}\right)^{kd}$$

con $c_{pd} = 1004{,}64 J/km$, el valor numérico de Γ_d es $\Gamma_d = 9{,}8°C/km$. Reemplazando este valor Γ_d en la expresión para la presión p, se obtiene:

$$p = p_1\left(\frac{T^*}{T^*}\right)^{1/kd}$$

y para el espesor de la capa:

$$Z - Z_1 = \frac{T_1^*}{\Gamma_d}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{k_d}\right]$$

Para una temperatura virtual al NMM de ~20°C, la profundidad D_θ de la atmósfera adiabática es:

$$D_\theta = \frac{T_0^*}{\Gamma_d} \sim \frac{293k}{9{,}8k/km} \sim 30km.$$

4.- Atmósfera homogénea

En una atmósfera en la cual la densidad es constante con la altura; puede ocurrir en una capa o región de atmósfera. De la ecuación de estado para aire húmedo:

$$T^* = \frac{p}{\rho R_d} \Rightarrow lmT^* = lmp - lm\rho - lmR_d \Rightarrow \frac{1}{T}\frac{dT^*}{dz} = \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} - \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dz}$$

pero $d\rho / dz = 0$ y

$$d\rho / dz = -dp / dz = -\rho g \Rightarrow \frac{dT}{dz} = \frac{T*}{p}(-\rho g) = -\frac{\rho g T*}{\rho R_d T*} = -\frac{g}{R_d}$$

así el gradiente de temperatura para una atmósfera homogénea Γ_H, constante, es: $\Gamma_H = g / R_d$

Se llaman atmósferas estándar, y generalmente son atmósferas secas. La atmósfera más ampliamente usada es la Atmósfera Estándar US (1976). Hasta una altura de 20kmgp se define como sigue:

Temperatura en superficie	: 15°C =288,15k
Presión en superficie	: 1013,25 Hpa
g	: 9.80665 m/s^2 = cte.
Gradiente de t° en la troposfera	: 6,5° $\frac{C}{kmgp}$ =cte.
Tropopausa en Φ	: 11kmgp (p0=226,31Hpa)
Baja estratosfera isotérmica con T	: -56,5°C = 216,6 Γ_k

Los sondeos atmosféricos de datos de aire superior muestran que la atmósfera real no tiene una estructura térmica que se ajuste a alguna de las atmósferas especiales, aunque en algunas capas se pueda dar. En un emagrama que es una diagrama termodinámica (Tlmp), un sondeo típico tiene la forma de la figura.

Para los valores de g y R_d, su valor numérico es Γ_H~34°C/km. Este es el mayor gradiente vertical de temperatura que se puede encontrar en la atmósfera. Para valores mayores que este, que pueden darse en regiones locales y en cortos periodos, la densidad del aire es grande en p y el espesor se tiene:

$$p = p_1\left(\frac{T^*}{T_1^*}\right) \qquad\qquad z - z_1 = \frac{T_1^*}{\Gamma_H}\left(1 - \frac{p}{p_1}\right)$$

Para una $T_0^* = 273k$ al NMM, la profundidad de la atmósfera homogénea D_H es

$$D_H = \frac{T_0^*}{\Gamma_H} = \frac{R_d T_0^*}{g} \sim 8\text{km}$$

similar a la altura de escala de la atmósfera isotérmica,

Las atmósferas especiales discutidas anteriormente son artificiales.