

## CAPITULO 4. MOVIMIENTO BALANCEADO.

La ecuación de movimiento describe los movimientos en todas las escalas de espacio y de tiempo, donde se encuentra el fluido, en el sistema de referencia en rotación, por lo que se debe considerar los movimientos en todas las escalas. Algunos de estos movimientos no son importantes para la circulación atmosférica desde el punto de vista meteorológico. Es posible centrar la atención en la escala que interese y adaptar la ecuación para que describa el comportamiento sólo en esa escala. Nosotros centraremos la atención principalmente para los fluidos geofísicos de mediana a gran escala espacial, es decir de dimensiones del orden del radio terrestre, para un flujo cuasihorizontal, en latitudes medias. En la practica el término latitudes medias incluye virtualmente los hemisferios completos, norte o sur.

### *ANÁLISIS DE ESCALA.*

Se llama *análisis de escala* a una técnica conveniente para estimar el orden de magnitud de los distintos términos de la ecuación de movimiento, para un tipo particular de movimiento, y determinar la importancia relativa de los diferentes términos para retener sólo aquellos que sean significativos. Se comparan los distintos términos y se desprecian los no importantes para el movimiento del fluido. Esta eliminación simplifica las ecuaciones, y filtra las impurezas que surgen de las ecuaciones. En el análisis de escala, se definen valores característicos, típicos, de las siguientes cantidades:

- a) la magnitud de las variables de campo,
- b) la amplitud de sus fluctuaciones,
- c) las escalas características de longitud y de tiempo donde se producen esas fluctuaciones.

Se usan estos valores típicos para comparar la magnitud de los diversos términos de las ecuaciones que gobiernan el movimiento (la de movimiento y las otras que próximamente veremos) y poder decidir cuales son los términos de mayor o menor influencia en el movimiento.

Las características del movimiento atmosférico dependen fuertemente de la escala horizontal, por lo que esta escala proporciona un método conveniente para clasificar distintos sistemas de movimiento. En la tabla se muestra algunos tipos de movimientos comunes en los fluidos geofísicos:

Movimiento	Escala horizontal (m)
Trayectoria libre media molecular	$10^{-7}$
Torbellinos turbulentos	$10^{-2} - 10^{-1}$
Pequeños remolinos	$10^{-1} - 1$
Remolinos de polvo	1 - 10
Ráfagas	$10 - 10^2$
Tornados	$10^2$
Nubes cumulonimbus	$10^3$
Frentes, líneas de inestabilidad	$10^4 - 10^5$
Huracanes	$10^5$
Ciclones sinópticos	$10^6$
Ondas planetarias	$10^7$

Las distintas perturbaciones meteorológicas que se producen en diferentes periodos de tiempo, dan lugar a rangos espaciales en que se dividen los fenómenos, con límites aproximados. En la tabla se da una clasificación en rangos en los que generalmente se dividen los movimientos. El símbolo ~ significa 'del orden de', y se dice que una magnitud difiere de otra en un orden de magnitud cuando es mayor o menor por un factor de 10.

ESCALA	~T	~L	~H
microescala	1 - $10^2$ s seg - min	$10^{-1}$ m cm - m	$10^{-1}$ m cm
mesoescala	$10^4 - 10^5$ s min - hrs	$10^3 - 10^5$ m km - 100 km	$10^3$ m km
sinóptica	$10^5$ s días - semana	$10^6$ m 100 km	$10^4$ m 10 km
planetaria	semanas - meses	$10^6 - 10^7$ m 1000 - 10000 km	$10^4$ m 10 km

Para la circulación atmosférica es marcada la diferencia entre las escalas horizontal y vertical, por lo que se pueden definir magnitudes características en esas direcciones. Como el radio medio de la tierra es del orden de  $10^4$  km, la escala horizontal típica sería de  $10^3$  km. Y como la actividad meteorológica se restringe a la troposfera de altura media 10 km, la escala vertical típica es del orden de magnitud de ese valor.

El movimiento atmosférico es predominantemente horizontal, y de consideraciones energéticas se obtiene que el orden de magnitud de la velocidad horizontal es  $u, v \sim 10\text{m/s}$ .

Se definen los siguientes valores característicos de las variables termodinámicas basadas en los valores observados de los sistemas sinópticos de latitudes medias en la atmósfera. En el océano los valores son diferentes, y ahora no se muestran para él.

$L \sim 10^6 \text{ m}$  escala de longitud horizontal ( $x, y$ )

$H \sim 10^4 \text{ m}$  escala de longitud vertical ( $z$ )

$U \sim 10 \text{ m/s}$  escala de velocidad horizontal ( $u, v$ )

$W \sim 10^{-2} \text{ m/s}$  escala de velocidad vertical ( $w$ )

$T \sim L / U \sim 10^5 \text{ s}$  escala de tiempo

$2\Omega \sim 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$\Delta P \sim 10 \text{ Hpa} = 10 \times 10^2 \text{ Pa} = 10^3 \text{ Pa}$  variación horizontal de presión.

$\rho \sim 1 \text{ kg/m}^3$ : escala de densidad

$g \sim 10 \text{ m/s}^2$

$\Delta\rho \sim 10^3 \text{ kg/m}^3$

$u \sim 10^{-5} \text{ kg/ms}$ , gran escala

$v \sim 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ , gran escala

Las derivadas se pueden relacionar con las magnitudes típicas si se las aproxima por diferencias finitas, así por ejemplo  $\partial u / \partial y \sim \Delta u / \Delta y$ . Si  $\Delta y \sim L$ , entonces  $\Delta u \sim u$ , y  $\Delta u / \Delta y \sim u / L$ . Todas las demás pueden tratarse de manera similar.

## **CASOS PARTICULARES DE LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO.**

**Componente horizontal de la ecuación de movimiento.**

Se considera primero la componente horizontal de la ecuación de movimiento y se hace el análisis de la escala para la gran escala, de la siguiente forma:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \operatorname{sen} \phi - 2\Omega w \operatorname{cos} \phi + F_{Rx}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \operatorname{sen} \phi + F_{Ry}$$

$$\frac{U}{T} = \frac{U}{L/U} = \frac{U^2}{L} \quad \frac{\Delta p}{\rho L} \quad 2\Omega U \quad 2\Omega W \quad F_R$$

$$\frac{10^2}{10^6} \quad \frac{10^3}{1 \cdot 10^6} \quad 10^{-4} \times 10 \quad 10^{-4} \times 10^{-2} \quad F_R$$

$$10^{-4} \quad 10^{-3} \quad 10^{-3} \quad 10^{-6} \quad F_R$$

Se observa que el término  $-2w \operatorname{cos} \phi$  es 2 ó 3 ordenes de magnitud menor que los otros, por lo que se puede despreciar; así la ecuación de movimiento horizontal se escribe ahora como:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv + F_{Rx}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu + F_{Ry}$$

donde se ha definido  $f = 2\Omega \operatorname{sen} \phi$  como el parámetro de Coriolis, con  $f < 0$  en el HS.

Usando el subíndice H para indicar variables en el plano horizontal, se tiene la ecuación de movimiento horizontal multiplicando por  $\mathbf{i}$  y  $\mathbf{j}$  cada componente de la misma ecuación:

$$\frac{d\vec{v}_H}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla_H p - f\hat{k} \times \vec{v}_H + \vec{F}_{RH}$$

es la ecuación que describe el movimiento de un flujo cuasi horizontal en gran escala. El diagrama de fuerzas que aparecen en la ecuación se esquematiza como sigue en el hemisferio sur:

esquema 4.5

Para el caso en que la única fuerza que actúa en la horizontal es el gradiente de presión, la ecuación se reduce a

$$\frac{d\vec{v}_H}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla_H p$$

y el flujo es perpendicular a las isobaras hacia las presiones menores.

Si en el caso particular en que la fuerza de fricción se escribe en la forma

$$\vec{F}_H = \frac{\mu}{\rho} \left[ \nabla_3^2 \vec{V}_H + \frac{1}{3} \nabla_H (\nabla \cdot \vec{V}_3) \right]$$

que para flujo horizontal se puede reducir a

$$\vec{F}_{RH} = \frac{\mu}{\rho} \nabla_H^2 \vec{V}_H$$

y la ecuación de movimiento horizontal queda:

$$\frac{d\vec{v}_H}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla_H p - f\hat{k} \times \vec{v}_H + \frac{\mu}{\rho} \nabla_H^2 \vec{v}_H$$

Haciendo el análisis de escala para esta ecuación con los valores típicos para flujo en gran escala, se tiene:

$$\frac{d\vec{V}_H}{dt} \approx \frac{U}{T} \approx \frac{U^2}{L} \approx \frac{10^2}{10^6} \approx 10^{-4} m/s^2$$

$$\frac{1}{\rho} \nabla_H p \approx \frac{\Delta p}{\rho L} \approx \frac{10 \times 10^2 Pa}{1 kg/m^3 \times 10^6 m} \approx 10^{-3} m/s^2$$

$$-f\hat{k} \times \vec{v}_H \approx +2\Omega U \approx 10^{-4} \times 10 \approx 10^{-3} m/s^2$$

$$\frac{\mu}{\rho} \nabla_H^2 \vec{v}_H \approx \frac{\mu U}{\rho L^2} \approx \frac{10^{-5} \times 10}{1 \times 10^{12}} \approx 10^{-16} m/s^2$$

Se deduce que la fuerza de fricción es varios ordenes de magnitud menor que las otras, y que la aceleración es un orden de magnitud menor que las fuerzas de presión y de Coriolis, para este flujo cuasi horizontal de gran escala. Si se desprecia el término de la aceleración se obtiene la aproximación geostrofica, que representa un balance entre las fuerzas de presión y de Coriolis:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla p - f\hat{k} \times \vec{v}$$

En mecánica de fluido es importante tener una idea de la magnitud de las distintas fuerzas comparadas con la aceleración (o fuerza inercial). Haciendo la razón entre la fuerza inercial y alguna de las otras fuerzas se obtiene un número. Tres números importantes son los de Rossby, de Reynolds y de Ekman.

El número de Rossby  $R_0$  representa la razón entre la fuerza de inercia y la de Coriolis

$$R_0 = \frac{\text{fuerza inercial}}{\text{fuerza Coriolis}} = \frac{U^2 / L}{f_0 U} = \frac{U}{f_0 L}$$

El número de Reynolds  $R_e$  representa la razón entre la fuerza de inercia y la de viscosa

$$R_0 = \frac{\text{fuerza inercial}}{\text{fuerza viscosa}} = \frac{U^2 / L}{\mu U / \rho_0 L^2} = \frac{\rho_0 U L}{\mu}$$

El número de Ekman  $E$  mide la importancia relativa de la fuerza de fricción, representa la razón entre la fuerza de fricción y la de Coriolis

$$E = \frac{\text{fuerza fricción}}{\text{fuerza Coriolis}} = \frac{\nu U^2 / L}{f_0 U} = \frac{\nu U / L^2 \rho_0}{f_0 U} = \frac{\mu}{\rho_0 f_0 L^2}$$

Poniendo los valores característicos en las diferentes escalas de movimiento se obtiene el valor de cada número  $R_0$  y  $Re$  y  $E$ .

Un número de Rossby (Reynolds) pequeño significa que la fuerza de Coriolis (viscosa) es grande comparado con la fuerza de inercia. Si  $R_0$  ( $R_e$ )  $\ll$  1 la fuerza de inercia se puede despreciar comparada con la fuerza de coriolis (viscosa). Haciendo el análisis de escala para flujo en gran escala, se encuentra que  $R_0 \sim 10^1$ ,  $R_e \sim 10^{12}$  y  $E \sim 10^{-14}$ . Este gran  $R_e$  y pequeño  $E$  muestra que en general la fuerza viscosa y/o de fricción es muy pequeña comparada con las otras, y se puede despreciar en gran escala.

### ***Componente vertical de la ecuación de movimiento.***

Tomando ahora la componente vertical de la ecuación de movimiento y haciendo el análisis de escala:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega\mu \cos \phi + F_{RZ}$$

Con la hipótesis de Navier - Stokes, la componente vertical de la fuerza de fricción es

$$F_{RZ} = \nu \left[ \nabla^2 w + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla \cdot \vec{v}) \right]$$

donde la mayor contribución a  $F_{RZ}$  está donde sólo por el término  $\nu \partial^2 w / \partial z^2$  para flujo en gran escala. Además las evidencias observacionales muestran que la componente vertical del gradiente de presión es del orden de  $g$ , es decir,  $\partial p / \partial z \sim g$ . Entonces el análisis de escala es:

$$\frac{dw}{dt} \approx \frac{UW}{L} \approx \frac{10 \times 10^{-2}}{10^6} \approx 10^{-7} (m/s^2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \approx g \approx 10 (m/s^2)$$

$$2\Omega\mu \cos \phi \approx 2\Omega U \approx 10^{-4} \times 10 \approx 10^{-3} (m/s^2)$$

$$F_{RZ} \approx \nu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \approx \nu \frac{W}{H^2} \approx \frac{10^{-5} \times 10^{-2}}{(10^4)^2} \approx 10^{-15} (m/s^2)$$

$$g \approx 10 m/s^2$$



De este análisis se deduce que los términos  $(1/\rho)\partial p/\partial z \sim$  y  $g$  son muchos órdenes de magnitud mayor que los otros, y son los dominantes, despreciándose los otros términos. Así, la componente vertical de la ecuación de movimiento para flujo de gran escala cuasi horizontal se reduce a:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

conocida como la ecuación hidrostática. Es una de las mejores aproximaciones en meteorología, es una ecuación de diagnóstico y no sirve para pronóstico. Tiene una amplia validez para muchos problemas meteorológicos. Falla sólo en movimientos turbulentos, convección profunda y en regiones donde los movimientos verticales son importantes.

### ***LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO EN COORDENADAS NATURALES.***

Para el caso de flujo cuasihorizontal de gran escala, sin fricción la ecuación es

$$\frac{d\vec{v}_H}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla_H p - f\hat{k} \times \vec{v}_H$$

donde se puede usar  $\vec{v}_H = v\hat{t}$  en coordenadas naturales. En este sistema se tiene:

$$\nabla_H p = \frac{\partial p}{\partial s}\hat{t} + \frac{\partial p}{\partial n}\hat{n}$$

$$-f\hat{k} \times \vec{v}_H = -f\hat{k} \times (v\hat{t}) = -fv(\hat{k} \times \hat{t}) = -fv\hat{n}$$

$$\frac{d\vec{v}_H}{dt} = \frac{d(v\hat{t})}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{t} + \frac{dv}{dt}\hat{t} = \frac{dv}{dt}\hat{t} + v^2 K\hat{n}$$

Reemplazando estos términos en la ecuación de movimiento:

$$\frac{dv}{dt} \hat{t} + v^2 K \hat{n} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \hat{t} - \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + fv \right) \hat{n}$$

de donde se obtienen las componentes en coordenadas naturales.

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \quad \text{: componente tangencial.}$$

$$v^2 K = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - fv \quad \text{: componente normal.}$$

Los términos (por unidad de masa) son:

$$\frac{dv}{dt} \quad \text{: aceleración tangencial.}$$

$$v^2 K = \frac{v^2}{R} \quad \text{: aceleración centrípeta}$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \quad \text{: fuerza del gradiente de presión tangencial.}$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \quad \text{: fuerza del gradiente de presión normal.}$$

$$-fv \quad \text{: fuerza de Coriolis}$$

### ***FLUJO GRADIENTE.***

En la atmósfera libre, el viento es aproximadamente paralelo a las isobaras. En principio se puede considerar a las isobaras como líneas de corriente. Ver esquema.

## ESQUEMA

4-11

Si se considera la trayectoria  $s$  paralela a las isobaras, se obtiene el flujo gradiente, que es una idealización del flujo real. En este caso, como  $s$  coincide con isobara  $p = cte.$ , se tiene:

$\frac{\partial p}{\partial s} = 0$ , entonces  $\frac{dv}{dt} = 0$ , es decir la magnitud de  $v_H$  no cambia, solo cambia su dirección.

Entonces se define el **flujo gradiente** como un flujo para el cual la aceleración tangencial es cero, y el flujo es paralelo a las isobaras. Su dirección está dada por la orientación de las isobaras.

### ***VIENTO GEOSTRÓFICO.***

Por consideraciones de los ordenes de magnitud de los términos de la ecuación de movimiento en coordenadas naturales, se pueden obtener diferentes aproximaciones.

Si el flujo gradiente se produce en regiones donde la curvatura  $K$  de las isobaras es pequeña, es decir donde las isobaras son paralelas, tal que  $v^2 K$  es despreciable comparado con los otros términos, se obtiene la expresión:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - f v_g$$

donde  $v_g$  se llama el viento geostrófico, que se calcula resolviendo la ecuación para  $v_g$ :

$$v_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial n}$$

El  $v_g$  representa un flujo un flujo sin aceleración que se obtiene cuando existe un balance entre las fuerzas de presión horizontal y de Coriolis. Es una aproximación al viento real. Siempre se puede calcular, aún si las isobaras no son rectas (en general las isobaras siempre son curvas), reemplazando en la ecuación de movimiento la fuerza de gradiente de presión por  $fV_g$ , y es el viento que debería existir si el flujo fuera no acelerado. En el esquema se dibujan los vectores:

## ESQUEMA

4-13

De la ecuación de movimiento horizontal en coordenadas rectangulares si no hay fricción y si el flujo es no acelerado se tiene:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla_H p - f\hat{k} \times \vec{v}_g \Rightarrow f\hat{k} \times \vec{v}_g = -\frac{1}{\rho} \nabla_H p$$

$$\Rightarrow \vec{v}_g = \frac{1}{\rho f} \hat{k} \times \nabla_H p$$

y sus componentes son

$$u_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad v_g = +\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x}$$

## ***EL VIENTO GRADIENTE.***

En regiones donde la curvatura del flujo es grande la velocidad del viento real es muy diferente de la del viento geostrófico (aunque  $v_g$  siempre se puede calcular). En estas regiones se debe corregir  $v_g$  por la curvatura del flujo.

Otra aproximación al viento real que toma en cuenta la curvatura del flujo es el **viento gradiente**, que se define como el flujo gradiente a lo largo de isobaras curvas.

Como el flujo es gradiente,  $\partial p / \partial s = 0$  y  $dv/dt = 0$ , y queda la ecuación en coordenadas naturales

$$Kv^2 + fv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

La solución para  $v$  de esta ecuación da el viento gradiente  $v_{gr}$ :

$$v_{gr} = -\frac{f}{2K} \pm \sqrt{\left(\frac{f}{2K}\right)^2 - \frac{1}{\rho K} \frac{\partial p}{\partial n}}$$

La elección del signo que precede a la raíz en  $v_{gr}$  se resuelve considerando los casos de flujos ciclónico o anticiclónico.

*Flujo ciclónico:* Para este caso, en el HS  $K < 0$  y  $\partial p / \partial n > 0$ , la fuerza de Coriolis actúa a la izquierda del viento y la fuerza centrípeta es opuesta a la de Coriolis. Entonces  $\frac{1}{\rho K} \frac{\partial p}{\partial n} < 0$  y el radical es  $> 0$  y mayor que  $f/2K$ . Como  $f$  y  $K$  tienen el mismo signo y como  $v_{gr} = |\vec{v}_{gr}| \geq 0$ , entonces en este caso se debe elegir el signo más en la raíz, esto es:

$$v_{gr} = -\frac{f}{2K} + \sqrt{\left(\frac{f}{2K}\right)^2 - \frac{1}{\rho K} \frac{\partial p}{\partial n}} \quad \text{:ciclónico}$$

## ESQUEMA

4-15

*Flujo anticiclónico:* En este caso en el HS,  $K > 0$  y  $\frac{\partial p}{\partial n} > 0$  y la fuerza de Coriolis actúa hacia la izquierda de  $\mathbf{v}$ , es un flujo en el cual la fuerza centrípeta está en la misma dirección de la fuerza de Coriolis. Ahora el radical puede ser negativo, lo que daría  $v_{gr}$  complejo, que no puede ser, ya que  $v_{gr} > 0$ , así que se debe cumplir que:

$$\left| \frac{1}{\rho K} \frac{\partial p}{\partial n} \right| \leq \left( \frac{f}{2K} \right)^2 \quad *$$

## ESQUEMA

4-15

Como  $f$  y  $K$  son de signos opuestos,  $f/2k < 0$ , y mayor que el valor de la raíz, así que  $v_{gr} > 0$  se debe elegir el signo menos en la raíz.

$$v_{gr} = -\frac{f}{2K} - \sqrt{\left( \frac{f}{2K} \right)^2 - \frac{1}{\rho K} \frac{\partial p}{\partial n}} \quad \text{:anticiclónico}$$

Si se elige el signo mas también se tiene una solución de  $v_{gr} > 0$ , pero esta representa un flujo anómalo que no se observa en gran escala, aunque existe teóricamente. Por ejemplo si en Concepción ( $\phi = 36,8^\circ$  S) con  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ , una cuña con radio de curvatura  $R = 750 \text{ km}$  y un gradiente de presión  $\partial p / \partial n = 1 \text{ hPa} / 100 \text{ km}$ , se tiene:

$$\begin{aligned} v_{gr} &= 11,6 \text{ m/s} && \text{(con signo menos ante la raíz)} \\ v_{gr} &= 53,9 \text{ m/s} && \text{(con signo mas ante raíz, anómalo)} \end{aligned}$$

Por último, el significado físico de la desigualdad \* es que la curvatura de las isobaras en el flujo anticiclónico no puede ser menor que un radio mínimo  $R_{critico} \geq \frac{4}{\rho f^2} \frac{\partial p}{\partial n}$  para que permanezca el flujo gradiente. En latitudes medias con  $v_g \sim 10 \text{ m/s}$ , el  $R_{critico} \sim 4 \times 10^5 \text{ m} = 400 \text{ km}$ . Si el radio se hace menor que este valor, se rompe el equilibrio, formándose vórtices. Esta restricción no se tiene para el flujo ciclónico.

### ***EL VIENTO TÉRMICO.***

Las variaciones de las variables atmosféricas son en general mucho mayor en la vertical que la horizontal. De interés son las variaciones con la altura del viento horizontal, ya que están vinculadas con la estructura térmica de la atmósfera.

El viento puede variar no linealmente con la altura, por lo que es útil definir el **vector cortante vertical** del viento horizontal por la expresión:

$$\frac{\partial \vec{v}_H}{\partial z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_H}{\Delta z}$$

### **ESQUEMA**

Se puede calcular  $\partial \mathbf{v}_H / \partial z$  directamente derivando la ecuación de movimiento respecto a  $z$ , pero su resultado es complicado y de uso práctico limitado, por lo que es más práctico derivar respecto a  $z$  la ecuación del viento geostrófico. Esto significa considerar que la aceleración es muy pequeña, no varia, o no existe o cambia muy poco con la altura. La expresión del viento geostrófico es:

$$\bar{\mathbf{v}}_g = \frac{1}{\rho f} \hat{\mathbf{k}} \times \nabla_H p$$

Derivando con respecto a  $z$ :

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}_g}{\partial z} = -\frac{1}{\rho^2 f} \frac{\partial \rho}{\partial z} \hat{\mathbf{k}} \times \nabla_H p + \frac{1}{\rho f} \hat{\mathbf{k}} \times \nabla_H \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

Usando la ecuación hidrostática y la definición de  $\mathbf{v}_g$  se reduce a:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}_g}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \bar{\mathbf{v}}_g - \frac{\mathbf{g}}{\rho f} \hat{\mathbf{k}} \times \nabla_H \rho$$

que muestra que la variación vertical (cortante) del viento geostrófico está relacionado con la distribución de densidad (masa). Usando la ecuación de estado  $p = \rho RT$ , se puede escribir en la forma:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}_g}{\partial z} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \bar{\mathbf{v}}_g + \frac{\mathbf{g}}{fT} \hat{\mathbf{k}} \times \nabla_H T$$

Esta ecuación muestra claramente la relación entre la cortante vertical del viento geostrófico con la estructura térmica de la atmósfera, por lo que recibe



el nombre de *ecuación de viento térmico*, y se usa el símbolo  $\vec{v}_T$  en lugar de  $\partial \vec{v}_g / \partial z$ .

Por último, el primer término en la ecuación del  $\vec{v}_T$  es en general menor de un 10% que el segundo término, por lo que si no se requiere gran exactitud se puede aproximar por:

$$\vec{v}_T = \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} \approx \frac{g}{fT} \hat{k} \times \nabla_H T$$

## ESQUEMA

4-18

Esto muestra que el viento térmico ‘sopla’ aproximadamente paralelo a las isotermas dejando el aire frío (caliente) a la derecha (izquierda) en el hemisferio sur.

En meteorología a la cortante vertical del viento geostrófico se le llama viento térmico, y se trata frecuentemente como si fuera un viento, pero se debe tener siempre en mente que no es un viento (velocidad), sino una cortante (derivada) vertical.