Tarea 2 para Electrodinámica II

Fabián Andrés Torres Ruiz.
Departamento de Física
Universidad de Concepción, Chile

July 9, 2003

1 Problema

Sabiendo que para los potenciales retardados, se puede escribir la ecuación para el potencial magnetico en el *marco de Lorenz*:

$$\nabla^2 A_i - \frac{1}{c}\frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} J_i$$

Obtener una expresion análoga para el potencial escalar ϕ.

2 Solución

El marco de Lorenz es:

$$\begin{aligned}\partial_\nu A^\nu &= \partial_i A_i + \frac{1}{c}\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \\ &\Rightarrow \partial_i A_i = -\frac{1}{c}\frac{\partial \phi}{\partial t}\end{aligned}$$

Sabemos que:

$$\partial_i E_i = 4\pi\rho \tag{1}$$

Tambien sabemos que

$$E_i = -\frac{1}{c}\frac{\partial A_i}{\partial t} - \partial_i \phi \tag{2}$$

$$B_i = \varepsilon_{ijk}\partial_j A_k \tag{3}$$

Así, reemplazandio la ecuación 2 en la ecuación 1, se tiene que:

$$\begin{aligned}\partial_i\left(-\frac{1}{c}\frac{\partial A_i}{\partial t} - \partial_i\phi\right) &= 4\pi\rho \\ \nabla^2\phi + \frac{1}{c}\partial_i\frac{\partial A_i}{\partial t} = -4\pi\rho\end{aligned}$$

Como las derivadas son lineales, podemos intercambiar las derivadas temporal y espacial, de este modo se puede escribir:

$$\nabla^2\phi + \frac{1}{c}\frac{\partial\left(\partial_i A_i\right)}{\partial t} = -4\pi\rho$$

Utilizando el marco de Lorenz, el gradiente de A_i lo podemos reemplazar por la derivada temporal de ϕ de modo que así resulta:

$$\begin{aligned}\nabla^2\phi + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}\right) &= -4\pi\rho \\ \nabla^2\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} &= -4\pi\rho\end{aligned}$$

Que es la expresion buscada.