Seminario 14: Leyes de Kirchhoff.

Fabián Andrés Torres Ruiz*

* Departamento de Física, Universidad de Concepción, Chile

12 de Junio de 2007.

Problemas

1. (Problema 37, capitulo 28, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
   Para el circuito mostrado en la figura 1 , calcule a) la corriente en el resistor de 2Ω y b) la diferencia de potencial entre los puntos a, y b.

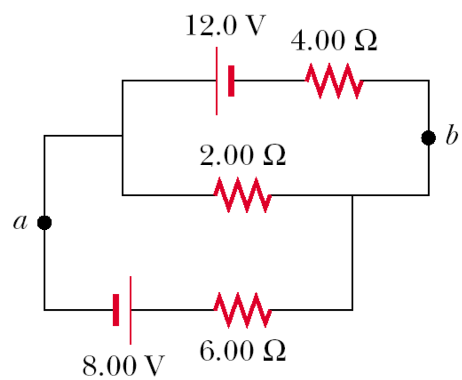

Figura 1: Circuito híbrido (no en serie, no en paralelo)

Soluciones

Problema 1

Para solucionar este problema utilizaremos las leyes de Kirchhoff, las que permiten calcular las corrientes y las caidas de tensión eléctrica en un circuito.

Utilizando la información de la figura 1, podemos obtener un circuito equivalente si notamos que los terminales de las fuentes estan conectados entre si y tambien esta conectado a una de las resistencias, por lo que el circuito rediseñado puede representarse por la figura 2.

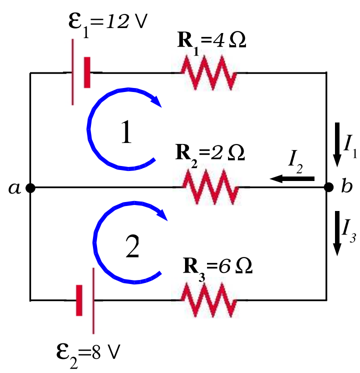

Figura 2: Circuito equivalente al de la figura 1.

De la ley de los nodos se obtiene que, para el nodo b:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = I_1 - I_2 \tag{1}$$

De la ley de los circuitos, utilizando el circuito 1, se tiene que

$$-\varepsilon_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \tag{2}$$

Ahora, utilizando el circuito 2 se tiene que

$$R_2 I_2 - R_3 I_3 - \varepsilon_2 = 0 \tag{3}$$

Si reemplazamos el resultado de la ecuación 1 en la ecuación 3 se tiene que

$$R_2 I_2 - R_3(I_1 - I_2) - \varepsilon_2 = 0 \tag{4}$$

Despejando I_1 de la ecuación 2 se tiene que

$$I_1 = -\frac{\varepsilon_1 + R_2 I_2}{R_1} \tag{5}$$

Reemplazando 5 en 4 se tiene que

$$R_2 I_2 - R_3(I_1 - I_2) - \varepsilon_2 = 0 \tag{6}$$
$$(R_2 + R_3)I_2 - R_3 I_1 - \varepsilon_2 = 0 \tag{7}$$
$$(R_2 + R_3)I_2 + R_3\frac{\varepsilon_1 + R_2 I_2}{R_1} - \varepsilon_2 = 0 \tag{8}$$
$$(R_2 + R_3 + \frac{R_3 R_2}{R_1})I_2 = \varepsilon_2 - R_3\frac{\varepsilon_1}{R_1} \tag{9}$$
$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 - R_3\frac{\varepsilon_1}{R_1}}{(R_2 + R_3 + \frac{R_3 R_2}{R_1})} \tag{10}$$
$$\tag{11}$$

reemplazando los valores numericos se tiene que

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{8 - 6\frac{12}{4}}{(2 + 6 + \frac{6\times 2}{4})} \\ &= \frac{8 - 18}{(11)} \\ &= -\frac{10}{(11)} = -0.91A \end{aligned}$$

Reemplazando este resultado en la ecuación 5 se tiene que

$$\begin{aligned} I_1 &= -\frac{\varepsilon_1 + R_2 I_2}{R_1} \\ &= -\frac{12 + 2(-0.91)}{4} = 2.55A \end{aligned}$$

Ahora, la diferencia de potencial entre los puntos a y b esta dada por

$$V_{ab} = V_b - V_a = I_2 R_2 = -0.91 \times 2 = -1.82V$$

Vemos que es negativo, lo que quiere decir que el potencial en b es menor que el potencial en a.

Apéndice

Cuadro 1: Formulas para Fuerza eléctrica.

Ley de Coulomb (escalar)	$\lvert F\rvert = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\lvert r\rvert^2}$	F: Magnitud de la fuerza q_i: Carga i ϵ_0:Permitividad del vacío r: Distancia entre las cargas
Ley de Coulomb (Vectorial)	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\lvert\vec{x}_1-\vec{x}_2\rvert^3}(\vec{x}_1-\vec{x}_2)$	$\vec{F}$: Vector de fuerza eléctrica ϵ_0:Permitividad del vacío q_i: Carga i $\vec{x}_i$: Vector de posición de la carga i
Campo eléctrico	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$	$\vec{F}$: Fuerza electrostática q_0: carga puntual de prueba en el punto donde se quiere medir el campo eléctrico
Campo eléctrico de una carga puntual	$\vec{E}_q = k\frac{q\vec{r}}{\lvert\vec{r}\rvert^3}$	$\vec{F}$: Fuerza electrostática q_0: carga puntual de prueba en el punto donde se quiere medir el campo eléctrico
Capacitancia	$C = \frac{Q}{v}$	C: Capacitancia de un condensador Q: Carga dentro del condensador V: Diferencia de potencial en las placas del condensador
Condensador de placas paralelas	$C = \kappa\frac{\epsilon_0 A}{d}$	κ: Constante dieléctrica (1 para el vacio) ϵ_0: Permitividad del vacío A: Área del condensador d: Separación de las placas
Condensadores en paralelo	$C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i = C_1 + C_2 + ... + C_n$	C_{eq}: Capacitancia equivalente C_i: capacitancia individual.
Condensadores en serie	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$	C_{eq}: Capacitancia equivalente C_i: capacitancia individual.
Densidades de carga lineal, superficial y volumetrica	$\lambda = \frac{Q}{L}, \quad \sigma = \frac{Q}{A} \quad \rho = \frac{Q}{\mathcal{V}}$	λ: Densidad de carga lineal σ: Densidad de carga superficial ρ: Densidad de carga volumetrica Q: Carga total L: Largo A: Área $\mathcal{V}$: volumen
Ley de Ohm	$V = IR$	V: Diferencia de potencial I: Corriente eléctrica R: Resistencia eléctrica
Resistencia equivalente (Conección en Serie)	$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i = R_1 + R_2 + ... + R_n$	R_{eq}: Resistencia equivalente R_i: Resistencias individuales
Resistencia equivalente (Conección en paralelo)	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}$	R_{eq}: Resistencia equivalente R_i: Resistencias individuales