

Seminario 7: Repaso General de Óptica.

Fabián Andrés Torres Ruiz*

* Departamento de Física, Universidad de Concepción, Chile

26 de Abril de 2007.

Problemas

1. (Problema 65, capítulo 36, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Un objeto se pone 12cm a la izquierda de un lente divergente de longitud focal igual a -6cm . Un lente convergente de 12cm de longitud focal se pone a una distancia d a la derecha del lente divergente. Encuentre la distancia d de manera tal que la imagen final se encuentre en el infinito. Dibuje un diagrama de rayos para este caso.
2. (Problema 55, capítulo 36, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
La figura 1 muestra un lente convergente delgado para el cual los radios son $R_1 = 9\text{cm}$ y $R_2 = 11\text{cm}$. El lente esta frente a un espejo esférico cóncavo de radio $R = 8\text{cm}$. a) Si sus puntos focales f_1 y f_2 están a 5cm del vértice del lente, Determine su índice de refracción. b) Si el lente y el espejo están separados 20cm y el objeto se coloca a 8cm a la izquierda del lente, determine la posición de la imagen final y su aumento cuando es vista por el ojo en la figura. c) ¿La imagen final esta invertida o de pie? Explique.

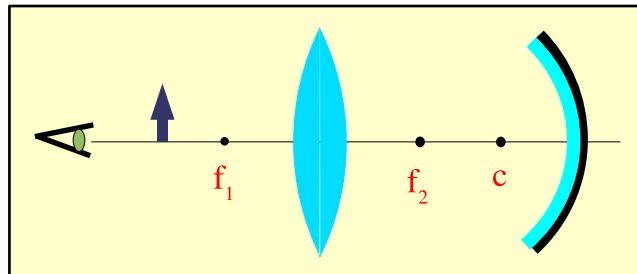


Figura 1: Esquema problema 2

3. (Problema 56, capítulo 36, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Un microscopio compuesto tiene un objetivo de 0.3cm de longitud focal y un ocular de 2.5cm de longitud focal. Si un objeto esta a 3.4mm del objetivo. ¿Cual es el aumento?(Sugerencia: Emplee la ecuación del lente para el objetivo).
4. (Problema 24, capítulo 38, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Cuando Marte esta mas cerca de la Tierra, la distancia que separa los dos planetas es igual a $88.6 \times 10^6\text{km}$. Marte se observa a través de un telescopio cuyo espejo tiene un diámetro de 30cm .
 - a) Si la longitud de onda de la luz es de 590nm ¿Cual es la resolución angular del telescopio?
 - b) ¿Cual es la distancia mas pequeña que puede resolverse entre dos puntos sobre Marte?

5. (Problema 35, capítulo 38, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Luz blanca se descompone en sus componentes espectrales por medio de una red de difracción. Si la red posee 2000 líneas por centímetro ¿A qué ángulo la luz roja ($\lambda = 640nm$) aparece en el primer orden?
6. (Problema 36, capítulo 38, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Dos líneas espectrales en una mezcla de hidrógeno (H_2) y gas deuterio (D_2) tienen longitudes de onda de $656.3nm$ y $656.48nm$, respectivamente. ¿Cuál es el número mínimo de líneas que una red de difracción puede tener para resolver estas dos longitudes de onda en el primer orden?
7. (Problema 47, capítulo 38, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
El ángulo de incidencia de un haz de luz sobre una superficie reflejante es continuamente variable. Se encuentre que el rayo reflejado se polarizara completamente cuando el ángulo de incidencia es de 48° . ¿Cuál es el índice de refracción del material reflejante?
8. (Problema 53, capítulo 38, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Luz polarizada plana incide sobre un disco de polarización con la dirección de E_0 paralela a la dirección del eje de transmisión. ¿A través de qué ángulo debe rotarse el disco de manera que la intensidad del haz transmitido se reduzca por un factor de a)3, b)5, c)10?
9. (Problema 9, capítulo 23, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Cuatro cargas puntuales idénticas ($q = 10\mu C$) se localizan en las esquinas de un rectángulo, como se indica en la figura 2. Las dimensiones del rectángulo son $L = 60cm$ y $W = 15cm$. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza eléctrica neta ejercida sobre la carga en la esquina inferior izquierda por las otras tres cargas.

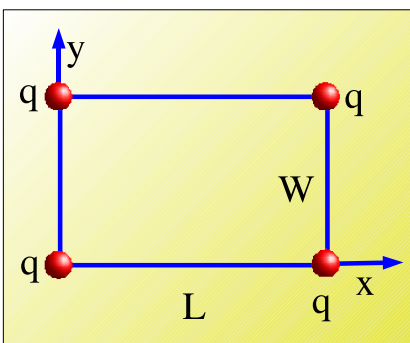


Figura 2: Esquema de cargas puntuales en un arreglo rectangular

Soluciones

Problema 1

Si queremos que la imagen producida por la segunda lente convergente esté en el infinito, entonces se debe cumplir que $s_{o2} = f_2$, es decir, el objeto 2 este colocado en el foco del segundo lente. Calculemos ahora la posición donde esta la imagen producida por la primera lente

$$\begin{aligned}\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i1}} &= \frac{1}{f_1} \\ \frac{1}{12} + \frac{1}{s_{i1}} &= -\frac{1}{6} \\ s_{i1} &= -\frac{12 \cdot 6}{6 + 12} = -4cm\end{aligned}$$

ahora, si colocamos esta imagen en el foco izquierdo de la lente convergente, de modo que la separación entre las lentes sea de $8cm$ (de modo que la suma de la distancia entre las lentes y la posición de la imagen sume $12cm$) entonces se tiene que

$$\begin{aligned}\frac{1}{s_{o2}} + \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{1}{f_2} \\ \frac{1}{12} + \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{1}{12} \\ \frac{1}{s_{i2}} &= 0 \Rightarrow s_{i2} \rightarrow \infty\end{aligned}$$

Así, vemos que si la separación entre las lentes debe ser de $8cm$. Esto también se puede calcular sin hacer uso de la intuición, para esto solo debemos saber que la distancia entre los lentes es d y a esta distancia debemos sumarle los $4cm$ producto de la primera lente (la imagen de esta está a $4cm$ a la izquierda), esto equivale a tener $s_{o2} = d + 4$ Utilizando esta condición en la ecuación para las lentes se tiene que

$$\begin{aligned}\frac{1}{s_{o2}} + \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{1}{f_2} \\ \frac{1}{d+4} + \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{1}{12} \\ \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{d+4} \\ \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{d+4-f}{(d+4)f}\end{aligned}$$

para que s_{i2} se proyecte hacia el infinito, entonces su inverso ($\frac{1}{s_{i2}}$) debe tender a cero, de modo que $d+4-f = 0 \Rightarrow d = f - 4 = 8cm$ de donde se obtiene el mismo resultado.

El diagrama de rayos se muestra en la figura 3

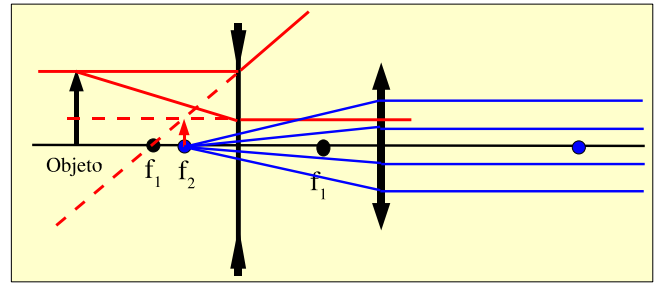


Figura 3: Combinación de dos lentes para producir una imagen en el infinito.

Problema 2

Primero que nada, calculemos la distancia focal para la lente. Utilizando la ecuación del constructor de lentes se tiene que

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Reemplazando los valores, considerando que R_2 es negativo pues está a mano izquierda de la lente, entonces se tiene que

a)

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} &= (n-1) \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{-11} \right) \\ \frac{1}{5} &= (n-1) \frac{20}{99} \\ n-1 &= \frac{99}{20} \frac{1}{5} \\ n-1 &= \frac{99}{100} \\ n &= 1.99\end{aligned}$$

vemos que el índice de refracción es $n = 1.99$.

Calculemos ahora la distancia focal para el espejo. Sabemos que el radio del espejo es $R_e = -8cm$ y esta por delante del espejo, por lo que su distancia focal es $f = -\frac{R}{2} = 4cm$.

La distancia entre el lente y el espejo es de $20cm$. Si el objeto está a $8cm$ de la lente, entonces se tiene que la imagen se formará en

$$s_{i1} = \frac{f_1 \cdot s_{o1}}{s_{o1} - f_1} = \frac{5 \cdot 8}{8 - 5} = \frac{40}{3} = 13.\bar{3}$$

la imagen se forma aproximadamente a $13cm$ de la lente, la distancia entre el espejo y esta imagen es entonces

$$s_{o2} = d - s_{i1} = 20 - \frac{40}{3} = \frac{60 - 40}{3} = \frac{20}{3}cm$$

por lo que, utilizando ahora la ecuación para los espejos se tiene que

$$\begin{aligned}\frac{1}{s_{o2}} + \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{1}{f_2} \\ \frac{3}{20} + \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{1}{4} \\ \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{1}{4} - \frac{3}{20} \\ \frac{1}{s_{i2}} &= \frac{5}{20} - \frac{3}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} \Rightarrow s_{i2} = 10\text{cm}\end{aligned}$$

Vemos que la imagen es real, y esta a 10cm en frente del espejo. Ahora, la luz proveniente de esta imagen, corresponde a un nuevo objeto para la lente, colocado a una distancia $s_{o3} = 20 - 10 = 10\text{cm}$. Utilizando nuevamente la ecuación para la lente, se tiene que

$$\begin{aligned}s_{i3} &= \frac{f_1 \cdot s_{o3}}{s_{o3} - f_1} \\ &= \frac{5 \cdot 10}{10 - 5} \\ &= \frac{50}{5} = 10\text{cm}\end{aligned}$$

La magnificación total de la lente se puede escribir como el producto de todas las magnificaciones, ya que el objeto 3, corresponde a el objeto 2 magnificado, es decir $y_3 = M_3 y_2$, pero el objeto 2 es la magnificación del objeto 1, luego $y_3 = M_3 y_2 = M_3 M_2 y_1$ pero el objeto 1 es la magnificación del objeto original, por lo que se tiene que $y_3 = M_3 M_2 y_1 = M_3 M_2 M_1 y_0$, así, la magnificación total en este caso esta dada por

$$M_T = M_1 M_2 M_3$$

Calculemos entonces los aumentos individuales. Para el primer paso por la lente se tiene que

$$M_1 = -\frac{s_{i1}}{s_{o1}} = -\frac{40}{3 \cdot 8} = -\frac{5}{3}$$

Para la reflexión en el espejo se tiene que

$$M_2 = -\frac{s_{i2}}{s_{o2}} = -\frac{10 \cdot 3}{20} = -\frac{3}{2}$$

y finalmente para el segundo paso por la lente se tiene que

$$M_3 = -\frac{s_{i3}}{s_{o3}} = -\frac{10}{10} = -1$$

Así, la magnificación total del sistema es

$$M_t = M_1 M_2 M_3 = \left(-\frac{5}{3}\right) \left(-\frac{3}{2}\right) (-1) = -2.5$$

es decir, la imagen es invertida con respecto al objeto original y amplificada en un factor de 2.5. Como todas

las distancias son positivas, en cada etapa se producen imágenes reales e invertidas.

Problema 3

El objetivo del microscopio es de 0.3cm de distancia focal, y se coloca un objeto a 3.4mm , utilizando la ecuación de las lentes se tiene que la imagen se formará a una distancia

$$\begin{aligned}s_i &= \frac{f s_o}{s_o - f} \\ &= \frac{3 \cdot 3.4}{3.4 - 3} = \frac{102}{4} = 25.5\text{mm}\end{aligned}$$

El aumento para el objetivo entonces es $M_1 = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{25.5}{3.4} = -7.5$

Por otro lado, el aumento simple para una lente, utilizando el ojo en forma directa esta dado por

$$M = \frac{0.25}{f}$$

ya que 25cm se considera el punto cercano del ojo.

Conj esto, como sabemos que la distancia focal del lente ocular es de 2.5cm , entonces la magnificación simple de este será

$$M_2 = \frac{0.25}{0.025} = 10$$

De esta forma, la magnificación total del microscopio es de

$$M_T = M_1 M_2 = (-7.5) \cdot 10 = -75$$

es decir un objeto de 0.01mm (como un pelo por ejemplo) se ve de un tamaño de 0.75mm (casi un milímetro) colocado a 25cm del ojo

Problema 4

El diámetro del espejo es de 0.3m , lo que nos permite un ángulo mínimo de resolución para la luz de $590 \times 10^{-9}\text{m}$ de

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \frac{590 \times 10^{-9}}{0.3} = 2.4 \times 10^{-7} \text{ rad}$$

De este modo, como ya conocemos la resolución angular del telescopio, podemos obtener la distancia y a la que pueden estar separados dos objetos y resolverlos sobre la superficie de Marte, para esto, usando la definición de tangente se tiene que

$$y = x \tan \theta_{\min} = 88.6 \times 10^9 2.4 \times 10^{-7} = 21264\text{m} = 21.3\text{km}$$

si dos objetos están separados por 21km en la superficie de Marte, entonces pueden ser resueltos, por

otro lado si la separación entre dos cuerpos es menor que esta, entonces aparecerán como un solo objeto.

Problema 5

Como la red posee 2000 líneas por centímetro, entonces quiere decir que la separación entre raya y raya es de $d = 1/2000 = 5 \times 10^{-6}m$ es decir están separadas $5\mu m$.

Utilizando la ecuación para redes de difracción, se tiene que

$$\begin{aligned} d \sin \theta_m &= m\lambda \\ \theta_m &= \frac{m\lambda}{d} \end{aligned}$$

Para la luz roja de $\lambda = 640nm$, el ángulo para el primer máximo es

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left(\frac{640 \times 10^{-9}}{5 \times 10^{-6}} \right) = 0.128rad = 7.37^\circ$$

Es decir, el ángulo de salida de la red sera de aproximadamente 7 grados.

Problema 6

Como las líneas de emisión están muy próximas, podemos utilizar la ecuación de la potencia de una red de difracción la que nos expresara el poder que debe tener una red de difracción para resolver las dos líneas

$$R = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

Reemplazando los valores de las longitudes de onda se tiene que

$$\begin{aligned} R &= \frac{(656.3 + 656.48) \times 10^{-9}}{2(656.48 - 656.3) \times 10^{-9}} \\ &= \frac{(1312.78)}{2(0.18)} = 3646.6 \end{aligned}$$

Ahora, la resolución de la red también se puede escribir en términos del número de líneas de la red y el orden en que se quiere discriminar, de modo que la potencia de resolución de una red en el orden m es

$$R = Nm$$

Como queremos resolver las dos líneas en el primer orden, entonces la red debe tener 3650 líneas por centímetro para poder resolver entre el hidrógeno y el deuterio en el primer orden.

Problema 7

Si utilizamos la ley de Snell para una interfase de algún material con el aire, entonces se tiene que

$$\sin \theta_1 = n \sin \theta_2 \quad (1)$$

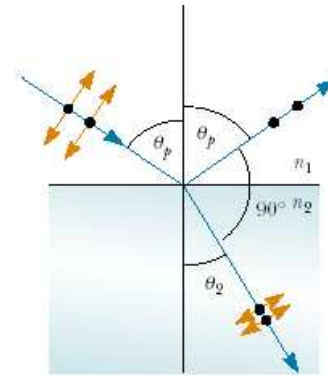


Figura 4: Ángulos para una interfase de dos medios ópticos en que se cumple la ley de Brewster

Según la figura 4 vemos que

$$\theta_1 + 90 + \theta_2 = 180 \Rightarrow \theta_2 = 90 - \theta_1 \quad (2)$$

Reemplazando esto en la ley de Snell 1 se tiene que

$$\sin \theta_1 = n \sin(90 - \theta_1)$$

pero

$$\begin{aligned} \sin(90 - \theta_1) &= \sin 90 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cos 90 \\ &= \cos \theta_1 \end{aligned}$$

luego

$$\sin \theta_1 = n \cos \theta_1 \Rightarrow n = \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \tan \theta_1$$

Esta es la ley de Brewster para la polarización por reflexión. El ángulo θ_1 es el ángulo en el cual el haz reflejado es completamente polarizado horizontalmente, y satisface la relación 2. De este modo, el ángulo en el que se polariza totalmente el haz por reflexión, satisface

$$n = \tan \theta_p$$

donde n es el índice de refracción del medio reflejante y θ_p el ángulo de polarización.

Así, para este caso se tiene que

$$\begin{aligned} n &= \tan \theta_p \\ n &= \tan 48^\circ \\ &= 1.11 \end{aligned}$$

Es decir, el índice de refracción para el material es de $n = 1.11$

Problema 8

La ley de Malus, que entrega la intensidad de luz de salida de un polarizador lineal cuando sobre el incide luz polarizada linealmente es

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

Como se quiere que la intensidad de la luz sea atenuada en factores de 3, 5 y 10, entonces se debe tener que la razón entre las intensidades de entrada y salida son $\frac{I_1}{I_0} = \frac{1}{3}$, $\frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{5} = 0.2$ y $\frac{I_3}{I_0} = \frac{1}{10} = 0.1$

De este modo, despejando en forma directa de la ley de Malus se tiene que

$$\frac{I}{I_0} = \cos^2 \theta$$

para el primer valor se tiene que

$$\begin{aligned}\cos^2 \theta_1 &= \frac{1}{3} \Rightarrow \theta_1 = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right) = 54.74^\circ \\ \cos^2 \theta_2 &= 0.2 \Rightarrow \theta_2 = \cos^{-1}(\sqrt{0.2}) = 63.43^\circ \\ \cos^2 \theta_3 &= 0.1 \Rightarrow \theta_3 = \cos^{-1}(\sqrt{0.1}) = 71.56^\circ\end{aligned}$$

Es decir, el eje del polarizador debe colocarse a 54.74° para que la luz se atenue en un factor 3, a 63.43° para que la luz se atenue en un factor 5 y a 71.56° para que la luz se atenue en un factor 10.

Problema 9

Como la fuerza es una cantidad vectorial, entonces podemos calcular las magnitudes de las fuerzas independientes de cada carga sobre la última y después sumarlas vectorialmente.

Tenemos dos métodos para calcular las fuerzas sobre la partícula, uno es el método escalar, en el cual mediante las reglas básicas de electrostática se determina la dirección de las fuerzas y así también la fuerza resultante, y el otro método es el método vectorial, en el cual se introducen los vectores de posición de las cargas junto con sus magnitudes y la ecuación entrega la dirección y magnitud de la fuerza resultante. Resolveremos este problema utilizando ambos métodos.

Método escalar

En este método, podemos obtener los módulos (magnitud) de las fuerzas que actúan sobre la partícula en cuestión.

Sabemos que la suma de las fuerzas resultantes nos dará la fuerza neta que actúa sobre la partícula, es decir

$$\vec{F} = F_1 \hat{F}_1 + F_2 \hat{F}_2 + F_3 \hat{F}_3$$

donde los vectores $\hat{F}_i$ son vectores unitarios que indican la dirección en que actúa la fuerza.

Calculemos las magnitudes de las fuerzas, las que están dadas por la expresión

$$F_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} q_i$$

donde q_i es la carga de la partícula actuante, y q es la carga de la partícula sobre la cual queremos actuar. Nombrando las cargas como q_1, q_2 y q_3 tales que q_1 es la que está sobre el eje y , q_2 es la carga que está en diagonal y q_3 es la carga que está sobre el eje x , entonces se tiene que

$$\begin{aligned}F_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(15 \times 10^{-2})^2} \\ &= 9 \times 10^9 \frac{(10 \times 10^{-6})^2}{(15 \times 10^{-2})^2} \\ &= 9 \times 10^9 \frac{(100 \times 10^{-12})}{(225 \times 10^{-4})} = 40N\end{aligned}$$

Entonces la magnitud de la fuerza ejercida por la carga 1 es de $40N$. Como se puede ver de la figura, como ambas cargas son positivas, la fuerza debe ser repulsiva, esto indica que la dirección de la fuerza debe ser a lo largo del eje y , pero en sentido negativo, es decir apunta hacia abajo. Su vector unitario será entonces $\hat{F}_1 = -\hat{j}$, así la fuerza F_1 se escribe como $\vec{F}_1 = -40\hat{j}N$.

La segunda carga está separada a una distancia d del origen. Esta distancia d la calculamos usando el teorema de Pitágoras, de modo que tiene un valor de $d = \sqrt{15^2 + 60^2} \approx 61.85cm$. Reemplazando en la ecuación para la fuerza, se tiene que

$$\begin{aligned}F_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(\sqrt{15^2 + 60^2} \times 10^{-2})^2} \\ &= 9 \times 10^9 \frac{100 \times 10^{-12}}{(15^2 + 60^2) \times 10^{-4}} \\ &= \frac{900 \times 10^{-3}}{3825 \times 10^{-4}} = 2.35N\end{aligned}$$

De esta forma, la magnitud de la fuerza de Coulomb producida por la segunda carga es de $F_2 = 2.28N$. Para saber la dirección de la fuerza, podemos descomponer la magnitud en componentes. Para esto, calculemos el ángulo que se forma entre la línea que une las cargas y el eje x . Utilizando la tangente se tiene que el ángulo será

$$\tan \theta = \frac{W}{L} = \frac{15}{60} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{15}{60}\right) = 14.04^\circ$$

Luego, como la fuerza producida por la carga 2 apunta hacia el tercer cuadrante, la componente horizontal de la

fuerza sera negativa al igual que la componente vertical. Las magnitudes de la fuerza por ejes sera entonces

$$\begin{aligned}\vec{F}_2 &= F_{2x}\hat{i} + F_{2y}\hat{j} \\ F_{2x} &= F_2 \cos(180 + \theta) = -2.21N \\ F_{2y} &= F_2 \sin(180 + \theta) = -0.55N\end{aligned}$$

Luego la forma vectorial de la fuerza 2 sera

$$\vec{F}_2 = -2.21\hat{i} - 0.55\hat{j} \text{ N}$$

Finalmente, la tercera carga produce una fuerza dirigida en el eje x pero en el sentido negativo, por lo que su vector unitario será $\hat{F}_3 = -\hat{i}$ y su magnitud sera

$$\begin{aligned}F_3 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(60 \times 10^{-2})^2} \\ &= 9 \times 10^9 \frac{100 \times 10^{-12}}{3600 \times 10^{-4}} = 2.5N\end{aligned}$$

De esta forma, ahora podemos sumar estas tres fuerzas y obtener la fuerza resultante que es

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \\ &= -40\hat{j} - 2.21\hat{i} - 0.55\hat{j} - 2.5\hat{i} \\ &= -(2.21 + 2.5)\hat{i} - (40 + 0.55)\hat{j} \\ &= -4.71\hat{i} - 40.55\hat{j}\end{aligned}$$

De esta forma la magnitud de la fuerza resultante es

$$F = \sqrt{(-4.71)^2 + (-40.55)^2} = 40.82N$$

y estará orientada en un ángulo de (hay que recordar que apunta hacia el tercer cuadrante, lo que quiere decir que su valor tiene que estar entre 180° y 270°)

$$\tan \theta' = \frac{-40.55}{-4.71} \Rightarrow \theta' = 83.37^\circ$$

Sumandole 180° se obtiene que el ángulo de la fuerza es de 263.4° .

Metodo Vectorial

Con este metodo, debemos identificar la posición de cada carga en forma vectorial. De este modo la carga 1 esta colocada en $\vec{x}_1 = (0, W) = (0, 0.15)$, la carga 2 esta en $\vec{x}_2 = (0.6, 0.15)$ y la carga 3 esta en $\vec{x}_3 = (L, 0) = (0.6, 0)$. La carga sobre la que queremos actuar esta en

el origen del sistema cartesiano, por lo que su vector posición será $\vec{x}_0 = \vec{0}$.

Calculemos ahora los módulos de las distancias. Se tiene que

$$\begin{aligned}|\vec{x}_1 - \vec{x}_0| &= \sqrt{0^2 + 0.15^2} = 0.15 \\ |\vec{x}_2 - \vec{x}_0| &= \sqrt{0.6^2 + 0.15^2} = 0.618 \\ |\vec{x}_1 - \vec{x}_0| &= \sqrt{0.6^2 + 0^2} = 0.6\end{aligned}$$

Utilicemos ahora la forma vectorial de la ley de Coulomb, es decir, la expresión

$$\vec{F}_{i,j} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|^3} (\vec{x}_j - \vec{x}_i)$$

Evaluemos entonces para la primera carga, se tiene que

$$\begin{aligned}\vec{F}_{1,0} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_0}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_0|^3} (\vec{x}_0 - \vec{x}_1) \\ &= 9 \times 10^9 \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{0.15^3} (0, -0.15) \\ &= \frac{900 \times 10^{-3}}{3.375 \times 10^{-3}} (0, -0.15) \\ &= (0, -\frac{900 \times 10^{-3}}{3.375 \times 10^{-3}} \times 0.15) \\ &= (0, -40)N\end{aligned}$$

Para $\vec{F}_2$ se tiene que

$$\begin{aligned}\vec{F}_{2,0} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_0}{|\vec{x}_2 - \vec{x}_0|^3} (\vec{x}_0 - \vec{x}_2) \\ &= 9 \times 10^9 \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{0.618^3} (-0.6, -0.15) \\ &= \frac{900 \times 10^{-3}}{236 \times 10^{-3}} (-0.6, -0.15) \\ &= (-\frac{900 \times 10^{-3}}{236 \times 10^{-3}} \times 0.6, -\frac{900 \times 10^{-3}}{236 \times 10^{-3}} \times 0.15) \\ &= (-2.29, -0.57)N\end{aligned}$$

Y para $\vec{F}_3$ se tiene que

$$\begin{aligned}\vec{F}_{3,0} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3 q_0}{|\vec{x}_3 - \vec{x}_0|^3} (\vec{x}_0 - \vec{x}_3) \\ &= 9 \times 10^9 \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{0.6^3} (-0.6, 0) \\ &= \frac{900 \times 10^{-3}}{216 \times 10^{-3}} (-0.6, 0) \\ &= (-\frac{900 \times 10^{-3}}{216 \times 10^{-3}} \times 0.6, 0) \\ &= (-2.5, 0)N\end{aligned}$$

Apéndice

Cuadro 1: Formulas mas utilizadas

Índice de refracción	$n = \frac{c}{v}$	c : velocidad de la luz en el vacío v : Velocidad de la luz en el medio óptico.
Ley de reflexión	$\theta'_1 = \theta_1$	θ'_1 : Ángulo formado entre la normal a la superficie y el haz reflejado θ_1 : Ángulo formado por el haz incidente y la normal a la superficie
Ley de Snell	$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$	n_i : índice de refracción del medio i de propagación θ_1 : Ángulo formado por el haz incidente y la normal a la superficie 1 θ_2 : Ángulo formado por el haz propagado y la normal a la superficie 2
Ángulo crítico para reflexión total interna	$\sin \theta_C = \frac{n_1}{n_2}$	n_i : índice de refracción del medio i de propagación θ_C : Ángulo crítico de reflexión total interna
Intensidad de la luz reflejada (solo para incidencia normal)	$I = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 I_0$	n_i : Índice de refracción del medio i de propagación I_0 : Intensidad de la luz incidente
$\sin(\alpha \pm \beta)$	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	α, β : ángulos cualquiera
Fórmula de los espejos	$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = -\frac{2}{R}$	s_o : distancia espejo-objeto s_i : distancia espejo-imagen R : Radio De la superficie esférica
Relación Foco-Radio para espejos	$f = -\frac{R}{2}$	f : Foco del espejo R : Radio de la superficie esférica ($R > 0$ para espejos convexos y $R < 0$ para espejos cóncavos)
Ecuación del constructor de lentes	$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$	f : Foco del lente R_1 : Radio de la primera superficie R_2 : Radio de la segunda superficie
Magnificación transversal	$M = -\frac{s_i}{s_o} = \frac{y_i}{y_o}$	s_i : Distancia imagen s_o : Distancia objeto y_i : Altura imagen y_o : Altura Objeto

Cuadro 2: Imágenes de objetos reales formadas por espejos esféricos

Cóncavo				
Objeto	Imagen			
Posición	Tipo	Posición	Orientación	Tamaño relativo
$\infty > s_o > 2f$	Real	$f < s_i < 2f$	Invertida	Disminuida
$s_o = 2f$	Real	$s_i = 2f$	Invertida	Mismo tamaño
$f < s_o < 2f$	Real	$\infty > s_i > 2f$	Invertida	Aumentada
$s_o = f$		$\pm\infty$		
$s_o < f$	Virtual	$ s_i > s_o$	Derecha	Aumentada
Convexo				
Objeto	Imagen			
Posición	Tipo	Posición	Orientación	Tamaño relativo
Cualquier lugar	Virtual	$ s_i < f $, $s_o > s_i $	Derecha	Disminuida

Cuadro 3: Convenio de signos para espejos esféricos(V, punto sobre la superficie del espejo, C centro de curvatura)

Cantidad	Signo	
	+	-
s_o	A la izquierda de V, objeto real	A la derecha de V, Objeto virtual
s_i	A la izquierda de V, imagen real	A la derecha de V, imagen virtual
f	Espejo cóncavo	Espejo convexo
R	C a la derecha de V, Convexo	C a la izquierda de V, Cóncavo
y_o	Por encima del eje, objeto derecho	Por debajo del eje, objeto invertido
y_i	Por encima del eje, imagen derecha	Por debajo del eje, imagen invertida

Cuadro 4: Imágenes de objetos reales formadas por lentes delgadas

Convexa				
Objeto	Imagen			
Posición	Clase	Posición	Orientación	Tamaño relativo
$\infty > s_o > 2f$	Real	$f < s_i < 2f$	Invertida	Disminuida
$s_o = 2f$	Real	$s_i = 2f$	Invertida	Mismo tamaño
$f < s_o < 2f$	Real	$\infty > s_i > 2f$	Invertida	Aumentada
$s_o = f$		$\pm\infty$		
$s_o < f$	Virtual	$ s_i > s_o$	Derecha	Aumentada
Cóncava				
Objeto	Imagen			
Posición	Tipo	Posición	Orientación	Tamaño relativo
Cualquier lugar	Virtual	$ s_i < f $, $s_o > s_i $	Derecha	Disminuida

Cuadro 5: Significado asociado con los signos de varios parámetros para lentes delgadas e interfaces esféricas

Cantidad	Signo	
	+	-
s_o	Objeto real	Objeto virtual
s_i	Imagen real	Imagen virtual
f	Lente convergente	Lente divergente
y_o	Objeto derecho	Objeto invertido
y_i	Imagen derecha	Imagen invertida
M_T	Imagen derecha	Imagen invertida
R_1, R_2	Centro de curvatura detrás de la lente	Centro de curvatura delante de la lente

Cuadro 6: Formulas para la interferencia y difracción.

Longitud de onda en un medio óptico	$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$	λ_n : Longitud de onda en el medio λ : Longitud de onda en el vacío n : Índice de Refracción del medio óptico
Condición de interferencia constructiva para películas delgadas	$d = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda_n}{2}$	d : Espesor de la película m : Número entero positivo o cero λ_n : Longitud de onda en el medio óptico
Condición de interferencia destructiva para películas delgadas	$d = \frac{m\lambda_n}{2}$	d : Espesor de la película m : Número entero positivo o cero λ_n : Longitud de onda en el medio óptico
Máximos de interferencia, Experimento de Young	$d \sin \theta = m\lambda$	d : Separación de las rendijas θ : Ángulo del máximo m : Índice para reconocer el máximo λ : Longitud de onda
Distribución de intensidad promedio para patrón de interferencia	$I_p = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda L} \right)$	I_0 : Intensidad de luz incidente d : Separación de las rendijas θ : Ángulo del máximo λ : Longitud de onda y : altura del punto deseado con respecto al máximo central. L : Separación entre las rendijas y el plano de detección
Relación para Interferómetro de Michelson	$\Delta L = N \frac{\lambda}{4}$	N : Número de franjas contadas ΔL : Desplazamiento del espejo λ : Longitud de onda
Mínimos de difracción para una rendija	$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{a}$	θ : Posición angular del mínimo m : Orden del mínimo λ : Longitud de onda a : Ancho de la rendija
Distribución de intensidad para 1 rendija	$I_\theta = I_0 \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$ $\beta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$	I_0 : Intensidad en el máximo del patrón a : Ancho de la rendija λ : Longitud de onda
Ángulo de resolución mínima para 1 rendija	$\theta_{min} = \frac{\lambda}{a}$	θ_{min} : Posición angular del mínimo expresada en radianes a : Ancho de la rendija λ : Longitud de onda
Ángulo de resolución mínima para 1 círculo	$\theta_{min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$	θ_{min} : Posición angular del mínimo expresada en radianes D : Diámetro de la apertura λ : Longitud de onda
Ecuación para redes de difracción	$d \sin \theta = m\lambda$	d : Separación entre las rendijas θ : posición angular del máximo m : Orden del máximo λ : Longitud de onda
Potencia de resolución de una rejilla	$R = \frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$	λ_1 : Longitud de onda 1 λ_2 : Longitud de onda 2 casi igual a la anterior

Cuadro 7: Formulas para la polarización de la luz.

Ley de Brewster	$n = \tan \theta_p$	n : Índice de refracción del medio de incidencia θ_p : Ángulo de incidencia en el cual el haz refractado y el reflejado están separados 90° , el haz reflejado se polariza completamente
Ley de Malus	$I = I_0 \cos^2 \theta$	I_0 : Intensidad de la luz incidente sobre el segundo polarizador θ : ángulo entre los dos polarizadores.

Cuadro 8: Formulas para Fuerza eléctrica.

Ley de Coulomb (escalar)	$ F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{ r ^2}$	F : Magnitud de la fuerza q_i : Carga i ϵ_0 : Permitividad del vacío r : Distancia entre las cargas
Ley de Colomb (Vectorial)	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{ \vec{x}_1 - \vec{x}_2 ^3} (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$	$\vec{F}$: Vector de fuerza eléctrica ϵ_0 : Permitividad del vacío q_i : Carga i $\vec{x}_i$: Vector de posición de la carga i