

Seminario 5: Interferencia

Fabián Andrés Torres Ruiz*

* Departamento de Física, Universidad de Concepción, Chile

18 de Abril de 2007.

Problemas

1. (Problema 3, capítulo 37, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Un experimento de Young se realiza con luz monocromática. La separación entre las rendijas es $0,5\text{mm}$, y el patrón de interferencia sobre una pantalla a $3,3\text{m}$ muestra el primer máximo a $3,4\text{mm}$ del centro del patrón. ¿Cuál es la longitud de onda?
2. (Problema 5, capítulo 37, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
En un día en el que la velocidad del sonido es de $354\frac{\text{m}}{\text{s}}$, una onda sonora de 2000Hz incide sobre dos rendijas separadas 30cm . a) ¿A qué ángulo se localiza el primer máximo? b) Si la onda sonora se sustituyera por microondas de 3cm , ¿Qué separación de rendijas produce el mismo ángulo para el primer máximo? c) Si la separación de las rendijas es de $1\mu\text{m}$, ¿luz de qué frecuencia produce el mismo ángulo del primer máximo?
3. (Problema 13, capítulo 37, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
En la figura 1 considere $L = 120\text{cm}$ y $d = 0,25\text{cm}$. Las rendijas se iluminan con luz coherente de 600nm . Calcule la distancia y sobre el máximo central para el cual la intensidad promedio sobre la pantalla es 75 % del máximo.

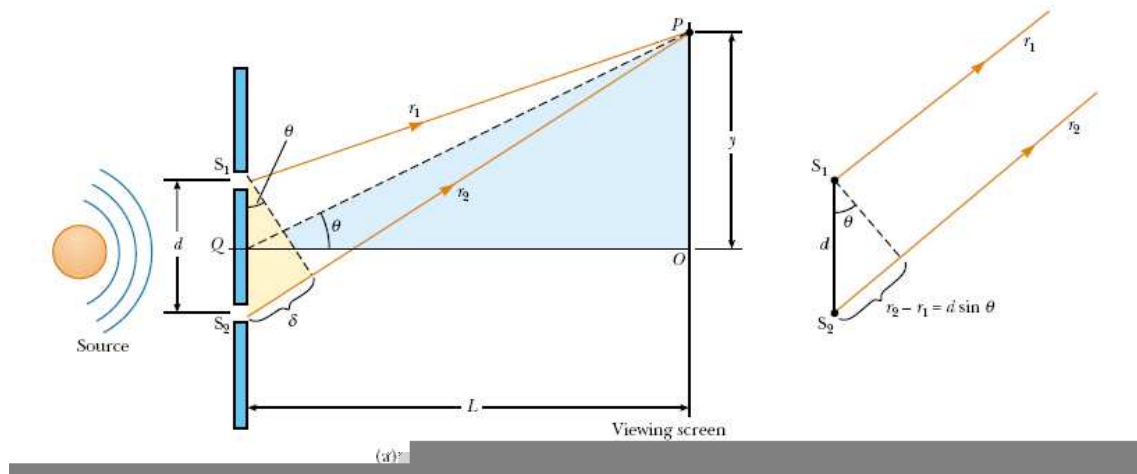


Figura 1: Esquema problema

4. (Problema 37, capítulo 37, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)
Una delgada capa de yoduro de metileno líquido ($n = 1,756$) está atrapada entre dos placas planas paralelas de

vidrio. ¿Cuál debe ser el espesor de la capa líquida si luz de $600nm$ que incide normalmente se va a reflejar intensamente?

5. (Problema 45, capítulo 37, Física, Raymond A. Serway, V2, cuarta edición)

El espejo M_1 en la figura 2 se desplaza una distancia ΔL . Durante dicho desplazamiento, se cuentan 250 franjas (formación de bandas oscuras y brillantes sucesivas). Se emplea luz que tiene una longitud de $632,8nm$. Calcule el desplazamiento ΔL

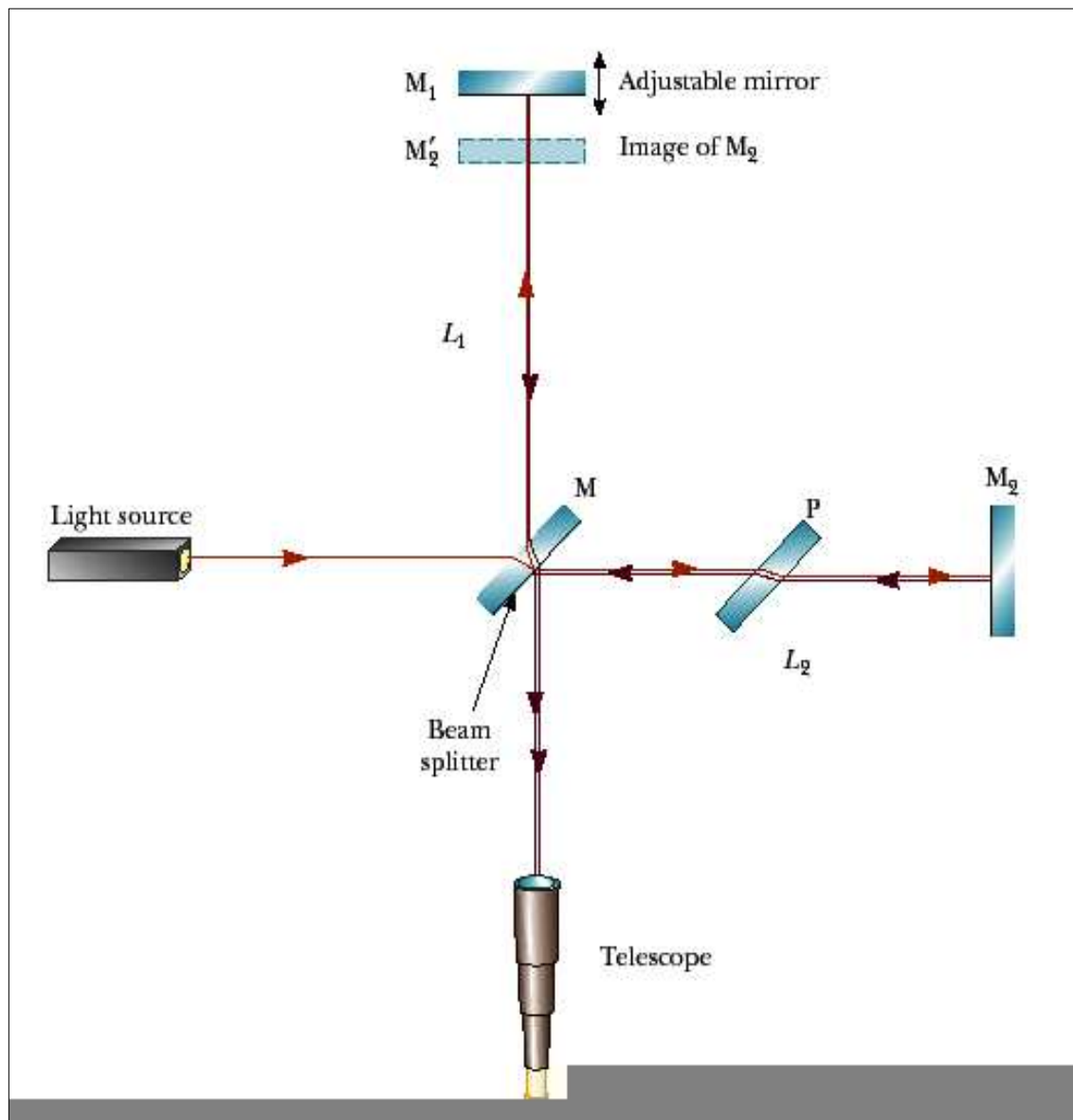


Figura 2: Esquema problema

Soluciones

Problema 1

En este caso, utilizando las relaciones de la tabla 6, se obtiene que

$$\begin{aligned} d \sin \theta &= m\lambda, & m &= 1 \\ \Rightarrow d \sin \theta &= \lambda, \end{aligned}$$

Para ángulos pequeños, podemos hacer la aproximación $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$, donde θ está en radianes. Usando la aproximación de la tangente, podemos escribir

$$\begin{aligned} d \sin \theta &= \lambda \\ d \frac{y}{L} &= \lambda \end{aligned}$$

donde y es la posición del máximo buscado en el plano de observación, medido con respecto al centro del patrón. Con esto, utilizando los datos, la longitud de onda es

$$\begin{aligned} \lambda &= d \frac{y}{L} \\ &= \frac{0,5 \times 10^{-3} \cdot 3,4 \times 10^{-3}}{3,3} = 515 \times 10^{-9} m \end{aligned}$$

Es decir, la longitud de onda es $515nm$.

Problema 2

La velocidad del sonido v_s se relaciona con la frecuencia ν y con la longitud de onda λ como

$$v_s = \lambda \nu$$

de modo que

$$\lambda = \frac{v_s}{\nu} = \frac{354}{2 \times 10^3} = 0,177m$$

De esta forma, se tiene que, para el primer máximo, $m = 1$, utilizando la ecuación de máximos para la interferencia se tiene que

$$d \sin \theta = \lambda$$

utilizando la aproximación para $\sin \theta = \theta$ se tiene que

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\lambda}{d} \\ &= 0,59 \text{ rad} \end{aligned}$$

Ahora, si se reemplaza la onda de sonido por una onda electromagnética con una longitud de onda de $3cm$ entonces, la separación para las rendijas que generan el mismo ángulo debe ser

$$\begin{aligned} d\theta &= \lambda \\ d &= \frac{\lambda}{\theta} = \frac{3 \times 10^{-2}}{0,59} = 0,0508 = 5,08cm \end{aligned}$$

Finalmente, si la separación de las rendijas es $d = 1\mu m$ y queremos generar el mismo ángulo, entonces la luz a utilizar debe tener una longitud de onda de

$$\begin{aligned} \lambda &= d\theta \\ &= 1 \times 10^{-6} \cdot 0,59 = 590 \times 10^{-9}m \end{aligned}$$

Es decir, la luz debe tener una longitud de onda de $590nm$

Problema 3

Como se ve en la tabla 6, la distribución de la intensidad para un patrón de interferencia producida en un experimento de doble rendija es

$$\begin{aligned} I_p &= I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \\ &= I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda L} \right) \end{aligned}$$

Queremos obtener el punto sobre la pantalla en donde la intensidad corresponde al 75 % de la intensidad máxima, es decir se debe cumplir que

$$\cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda L} \right) = 0,75$$

Despejando de esta expresión y , se obtiene que

$$\begin{aligned} \cos \left(\frac{\pi dy}{\lambda L} \right) &= \sqrt{0,75} \\ \frac{\pi dy}{\lambda L} &= \cos^{-1} \left(\sqrt{0,75} \right) \\ y &= \frac{\lambda L}{\pi d} \cos^{-1} \left(\sqrt{0,75} \right) \end{aligned}$$

Remplazando los valores se tiene que

$$\begin{aligned} y &= \frac{600 \times 10^{-9} \cdot 1,2}{\pi \cdot 0,25 \times 10^{-2}} \cos^{-1} \left(\sqrt{0,75} \right) \\ &= 4,8 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

vale decir, desplazándose $4,8 \times 10^{-5}m$ sobre el centro del perfil, la intensidad de la luz disminuye a un 75 %.

Problema 4

Para la interferencia constructiva de películas delgadas, se debe cumplir que el espesor de la película satisfaga que

$$2h = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_n$$

donde $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$, h es el espesor de la placa y m es un número entero que cuantifica el número de longitudes de onda que caben dentro de la placa. De esta forma, reemplazando los valores y considerando el espesor mínimo

(esto equivale a utilizar $m = 0$) se tiene que

$$\begin{aligned} 2h &= \left(\frac{1}{2}\right) \frac{600 \times 10^{-9}}{1,756} \\ \Rightarrow h &= \frac{600 \times 10^{-9}}{4 \cdot 1,756} \\ &= 85,4 \times 10^{-9} m \end{aligned}$$

Es decir, el espesor mínimo de la placa para que se produzca la reflexión máxima sobre esta debe ser de $h = 85,4 nm$

Problema 5

Como se sabe, para un interferómetro de Michelson, el cambio en la posición del espejo esta asociado al número de franjas mediante

$$\Delta L = N \frac{\lambda}{4}$$

donde N es el número de franjas, λ es la longitud de onda utilizada en el interferómetro y ΔL es el desplazamiento del espejo móvil.

Reemplazando los datos entregados, se tiene que

$$\begin{aligned} \Delta L &= 250 \frac{632,8 \times 10^{-9}}{4} \\ &= 3,96 \times 10^{-6} \\ &= 3,96 \mu m \end{aligned}$$

El desplazamiento del espejo es de $3,96 \mu m$.

Apéndice

Cuadro 1: Formulas mas utilizadas

Índice de refracción	$n = \frac{c}{v}$	c : velocidad de la luz en el vacío v : Velocidad de la luz en el medio óptico.
Ley de reflexión	$\theta'_1 = \theta_1$	θ'_1 : Ángulo formado entre la normal a la superficie y el haz reflejado θ_1 : Ángulo formado por el haz incidente y la normal a la superficie
Ley de Snell	$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$	n_i : índice de refracción del medio i de propagación θ_1 : Ángulo formado por el haz incidente y la normal a la superficie 1 θ_2 : Ángulo formado por el haz propagado y la normal a la superficie 2
Ángulo crítico para reflexión total interna	$\sin \theta_C = \frac{n_1}{n_2}$	n_i : índice de refracción del medio i de propagación θ_C : Ángulo crítico de reflexión total interna
Intensidad de la luz reflejada (solo para incidencia normal)	$I = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 I_0$	n_i : Índice de refracción del medio i de propagación I_0 : Intensidad de la luz incidente
$\sin(\alpha \pm \beta)$	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	α, β : ángulos cualquiera
Fórmula de los espejos	$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = -\frac{2}{R}$	s_o : distancia espejo-objeto s_i : distancia espejo-imagen R : Radio De la superficie esférica
Relación Foco-Radio para espejos	$f = -\frac{R}{2}$	f : Foco del espejo R : Radio de la superficie esférica ($R > 0$ para espejos convexos y $R < 0$ para espejos cóncavos)
Ecuación del constructor de lentes	$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$	f : Foco del lente R_1 : Radio de la primera superficie R_2 : Radio de la segunda superficie
Magnificación transversal	$M = -\frac{s_i}{s_o} = \frac{y_i}{y_o}$	s_i : Distancia imagen s_o : Distancia objeto y_i : Altura imagen y_o : Altura Objeto

Cuadro 2: Imágenes de objetos reales formadas por espejos esféricos

Cóncavo				
Objeto	Imagen			
Posición	Tipo	Posición	Orientación	Tamaño relativo
$\infty > s_o > 2f$	Real	$f < s_i < 2f$	Invertida	Disminuida
$s_o = 2f$	Real	$s_i = 2f$	Invertida	Mismo tamaño
$f < s_o < 2f$	Real	$\infty > s_i > 2f$	Invertida	Aumentada
$s_o = f$		$\pm\infty$		
$s_o < f$	Virtual	$ s_i > s_o$	Derecha	Aumentada
Convexo				
Objeto	Imagen			
Posición	Tipo	Posición	Orientación	Tamaño relativo
Cualquier lugar	Virtual	$ s_i < f $, $s_o > s_i $	Derecha	Disminuida

Cuadro 3: Convenio de signos para espejos esféricos(V, punto sobre la superficie del espejo, C centro de curvatura)

Cantidad	Signo	
	+	-
s_o	A la izquierda de V, objeto real	A la derecha de V, Objeto virtual
s_i	A la izquierda de V, imagen real	A la derecha de V, imagen virtual
f	Espejo cóncavo	Espejo convexo
R	C a la derecha de V, Convexo	C a la izquierda de V, Cóncavo
y_o	Por encima del eje, objeto derecho	Por debajo del eje, objeto invertido
y_i	Por encima del eje, imagen derecha	Por debajo del eje, imagen invertida

Cuadro 4: Imágenes de objetos reales formadas por lentes delgadas

Convexa				
Objeto	Imagen			
Posición	Clase	Posición	Orientación	Tamaño relativo
$\infty > s_o > 2f$	Real	$f < s_i < 2f$	Invertida	Disminuida
$s_o = 2f$	Real	$s_i = 2f$	Invertida	Mismo tamaño
$f < s_o < 2f$	Real	$\infty > s_i > 2f$	Invertida	Aumentada
$s_o = f$		$\pm\infty$		
$s_o < f$	Virtual	$ s_i > s_o$	Derecha	Aumentada
Cóncava				
Objeto	Imagen			
Posición	Tipo	Posición	Orientación	Tamaño relativo
Cualquier lugar	Virtual	$ s_i < f $, $s_o > s_i $	Derecha	Disminuida

Cuadro 5: Significado asociado con los signos de varios parámetros para lentes delgadas e interfaces esféricas

Cantidad	Signo	
	+	-
s_o	Objeto real	Objeto virtual
s_i	Imagen real	Imagen virtual
f	Lente convergente	Lente divergente
y_o	Objeto derecho	Objeto invertido
y_i	Imagen derecha	Imagen invertida
M_T	Imagen derecha	Imagen invertida
R_1, R_2	Centro de curvatura detrás de la lente	Centro de curvatura delante de la lente

Cuadro 6: Formulas para la interferencia, difracción y polarización

Longitud de onda en un medio óptico	$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$	λ_n : Longitud de onda en el medio λ : Longitud de onda en el vacío n : Índice de Refracción del medio óptico
Condición de interferencia constructiva para películas delgadas	$d = \frac{(m+\frac{1}{2})}{2} \lambda_n$	d : Espesor de la película m : Número entero positivo o cero λ_n : Longitud de onda en el medio óptico
Condición de interferencia destructiva para películas delgadas	$d = \frac{xm}{2} \lambda_n$	d : Espesor de la película m : Número entero positivo o cero λ_n : Longitud de onda en el medio óptico
Máximos de interferencia, Experimento de Young	$d \sin \theta = m\lambda$	d : Separación de las rendijas θ : Ángulo del máximo m : Índice para reconocer el máximo λ : Longitud de onda
Distribución de intensidad promedio para patrón de interferencia	$I_p = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda L} \right)$	I_0 : Intensidad de luz incidente d : Separación de las rendijas θ : Ángulo del máximo λ : Longitud de onda y : altura del punto deseado con respecto al máximo central. L : Separación entre las rendijas y el plano de detección
Relación para Interferómetro de Michelson	$\Delta L = N \frac{\lambda}{4}$	N : Número de franjas contadas ΔL : Desplazamiento del espejo λ : Longitud de onda