

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA**

Profesores Patrocinantes:  
Cristian Canales  
Emilio Dufeu

**ANÁLISIS ANALÍTICO-NUMÉRICO DE LA DISTRIBUCIÓN DE CARGAS EN  
UNIONES APERNADAS**

**Bastián Cabrera Manríquez**

Informe de Memoria de Título  
para optar al Título de

Ingeniero Civil Mecánico

Noviembre - 2019

## RESUMEN

El entendimiento de la interacción de los elementos que componen una unión apernada aún no se clarifica del todo. Debido a la importancia que tiene el conocimiento de la magnitud de la fuerza resultante en el perno, se ha establecido en la literatura un modelo de cálculo analítico basado en el comportamiento elástico lineal para el diseño de las uniones. Sin embargo, se ha encontrado a partir de investigaciones experimentales que este modelo sobreestima la tensión real en el perno, principalmente debido a considerar que la carga de trabajo actúa sobre la cabeza del perno y no considerar la flexión en los miembros producida por una posible excentricidad. Se han realizado modelaciones en diferentes investigaciones [Nassar, 2011] [Wileman, 1991] [Zhang, 2004] con el método de los elementos finitos (EF) de este problema para analizar la interacción de los elementos de la unión, pero hasta ahora, no se ha establecido un modelo que permita obtener la fuerza resultante en cada elemento sin depender de realizar al menos un cálculo con un método numérico.

El objetivo de este trabajo es determinar la distribución de cargas en una unión apernada axisimétrica; sometida a una carga de tensión, considerando diferentes condiciones geométricas y de operación. Para esto se pretende desarrollar un modelo de cálculo de uniones apernadas basado tanto en el modelo analítico como en los resultados numéricos de diversos cálculos de fuerza en el perno realizados con elementos finitos. Conociendo cuáles son las variables que influyen en la distribución de las cargas y cómo se relacionan, se pretende identificar condiciones de operación adversas que perjudiquen la eficiencia de la unión y que comprometan la integridad estructural de los componentes.

Para alcanzar los objetivos propuestos, la metodología a seguir consiste en realizar un estudio bibliográfico que dilucide cómo se comportan las uniones apernadas en diferentes contextos de operación bajo una carga de tensión. Luego se seleccionan diferentes conjuntos de condiciones geométricas y operacionales para realizar un análisis numérico a partir del método de los elementos finitos. El modelo se valida con resultados experimentales de la literatura, para proceder a analizar los datos obtenidos y así explicar la forma en que se relacionan las variables que gobiernan el comportamiento de la unión. Con los datos numéricos obtenidos, se deriva un conjunto de ecuaciones que permita calcular la fuerza en el perno sin depender del método de los elementos finitos. Este modelo semi-analítico se valida con los resultados experimentales para luego estudiar cómo influyen en la eficiencia las condiciones geométricas y operacionales en la unión.

El principal resultado es el establecimiento de un modelo semi-analítico de cálculo para uniones apernadas que toma en cuenta todas las relaciones entre las variables mencionadas. Este modelo de cálculo se compone de ecuaciones analíticas y datos de tabla determinados por ajuste de los resultados numéricos de las simulaciones realizadas con el método de los elementos finitos. De los resultados numéricos se observa que, para un material dado, el porcentaje de la carga externa que toma el perno aumenta de forma no lineal, a medida que crece la carga de trabajo. Este porcentaje variable es llamado factor de rigidez. Entre más grande es el diámetro del perno o la distancia de aplicación de la carga, más rápido aumenta el factor de rigidez, y disminuye con el aumento de espesor de los miembros de la unión. A partir de lo anterior se establece un factor geométrico. La separación de los miembros se retrasa entre mayor es este factor de rigidez. En otras palabras, la flexión produce un aumento no lineal de la tensión en el perno y una disminución no lineal en la fuerza de sujeción de los miembros. Como es proporcional el porcentaje de carga que toma el perno con el factor de geométrico, la precarga debe disminuir cuando

el factor geométrico aumenta para mantener un factor de seguridad contra la fluencia del perno dentro del rango admisible, por lo que se sugiere establecer la precarga como un porcentaje de la carga de fluencia a la hora de diseñar una unión apernada.

Antes que se produzca la separación de los miembros se encuentran diferencias de hasta el 20% entre los valores teóricos y los numéricos para las cargas en la unión, por lo que es viable cambiar un perno a otro de menor diámetro, si así lo indica el modelo propuesto para las condiciones establecidas. Además, la carga que produce la separación es menor en hasta un 13% que la teórica, por lo que se recomienda la utilización del modelo propuesto para diseñar uniones y prevenir posibles fallas que no contempla la teoría convencional. También se concluye que una unión apernada es eficiente cuando, para las dimensiones y materiales establecidos, la carga de trabajo es similar a la precarga dada a la unión sin que la fuerza resultante en el perno sobrepase el factor de fluencia deseado y no exista el riesgo de separación de los miembros por una posible sobrecarga.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| CAPÍTULO 1 .....                                                    | 1  |
| Introducción .....                                                  | 1  |
| 1.1. Marco general .....                                            | 1  |
| 1.2. Objetivo principal .....                                       | 3  |
| 1.3. Objetivos específicos .....                                    | 3  |
| 1.4. Metodología .....                                              | 3  |
| CAPÍTULO 2 .....                                                    | 4  |
| Estrategia de estudio .....                                         | 4  |
| 2.1. Metodología .....                                              | 4  |
| 2.2. Metodología para el desarrollo del modelo EF .....             | 5  |
| 2.3. Metodología para el desarrollo del modelo semi-analítico ..... | 5  |
| CAPÍTULO 3 .....                                                    | 7  |
| Marco teórico .....                                                 | 7  |
| 3.1. Modelo elástico-lineal .....                                   | 7  |
| 3.1.1. Precarga .....                                               | 8  |
| 3.1.2. Aplicación carga de tensión .....                            | 9  |
| 3.1.3. Miembros separados .....                                     | 10 |
| 3.2. Comportamiento no lineal .....                                 | 10 |
| 3.2.1. Aplicación carga excéntrica .....                            | 11 |
| 3.2.2. Inicio de la separación .....                                | 12 |
| 3.3. Modelos analítico-numérico para uniones apernadas .....        | 13 |
| 3.3.1. Modelo cuadrático de Nassar .....                            | 13 |
| 3.3.2. Modelo de Zhang .....                                        | 13 |
| 3.4. Resumen .....                                                  | 14 |
| CAPÍTULO 4 .....                                                    | 15 |
| Modelo Elementos Finitos .....                                      | 15 |
| 4.1. Resultados experimentales de Nassar .....                      | 15 |
| 4.2 Modelo EF .....                                                 | 16 |
| 4.3 Geometría del modelo EF .....                                   | 17 |
| 4.3.1. Geometría del perno, de la tuerca y de las arandelas .....   | 17 |

|                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.3.2. Geometría de los miembros .....                                         | 18 |
| 4.3.4. Modelo geométrico de la unión apernada .....                            | 19 |
| 4.4. Discretización.....                                                       | 19 |
| 4.5. Material .....                                                            | 20 |
| 4.6. Contacto .....                                                            | 20 |
| 4.7. Condiciones de borde.....                                                 | 20 |
| 4.8. Validación del modelo EF.....                                             | 22 |
| CAPÍTULO 5 .....                                                               | 23 |
| Selección de condiciones para la unión apernada inicial .....                  | 23 |
| 5.1 Propuesta de elementos y materiales para la unión apernada. ....           | 23 |
| 5.2 Propuesta para los miembros. ....                                          | 24 |
| 5.2.1 Materiales propuestos para los miembros. ....                            | 24 |
| 5.2.2 Geometría propuesta para los miembros.....                               | 24 |
| 5.3. Propuesta para el perno y la tuerca .....                                 | 25 |
| 5.3.1. Especificaciones de propiedades mecánicas del perno y de la tuerca..... | 25 |
| 5.3.2. Propuesta de geometría para el perno y la tuerca.....                   | 25 |
| 5.4. Propuesta para la arandela.....                                           | 25 |
| 5.5. Propuesta para la precarga .....                                          | 26 |
| 5.6. Propuesta para la carga .....                                             | 26 |
| 5.7 Propuesta para la distancia de aplicación de la carga .....                | 26 |
| 5.8 Selección .....                                                            | 26 |
| 5.8.1 Selección para el perno y la tuerca.....                                 | 26 |
| 5.8.2 Selección para las arandelas.....                                        | 27 |
| 5.8.3. Selección para los miembros.....                                        | 28 |
| 5.8.4. Selección de la precarga y carga .....                                  | 28 |
| 5.8.5. Selección de la distancia a la que se aplica la carga .....             | 28 |
| 5.8.6. Resumen de la selección .....                                           | 29 |
| CAPÍTULO 6 .....                                                               | 30 |
| Análisis de los resultados numéricos .....                                     | 30 |
| 6.1. Resultados numéricos de referencia para el análisis. ....                 | 30 |
| 6.2. Análisis teórico de la unión apernada .....                               | 31 |

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| 6.3. Relación entre la rigidez del perno y carga externa.....                   | 32 |
| 6.4. Relación entre la rigidez de las arandelas y la carga externa.....         | 33 |
| 6.5. Relación de la rigidez de los miembros con la carga externa.....           | 34 |
| 6.6. Análisis de fuerzas en los elementos.....                                  | 35 |
| 6.7. Coeficiente de rigidez .....                                               | 36 |
| 6.8. Análisis del coeficiente $C_k$ .....                                       | 36 |
| CAPÍTULO 7 .....                                                                | 40 |
| Desarrollo del modelo semi-analítico .....                                      | 40 |
| 7.1. Establecimiento de las condiciones geométricas .....                       | 40 |
| 7.2. Cálculo de rigideces .....                                                 | 41 |
| 7.3. Obtención de datos en el punto de separación de los miembros.....          | 41 |
| 7.4. Cálculo de coeficiente $A_G$ .....                                         | 42 |
| 7.5. Ajuste de curvas .....                                                     | 43 |
| 7.6. Verificación de modelo .....                                               | 44 |
| 7.7. Validación de modelo .....                                                 | 45 |
| 7.7.1. Carga que produce la separación .....                                    | 45 |
| 7.7.2. Comparaciones de curva $F_b$ vs $P$ .....                                | 45 |
| 7.8. Discusión.....                                                             | 47 |
| 7.8.1. Influencia del factor geométrico en la fuerza resultante del perno ..... | 47 |
| 7.8.2. Influencia de la precarga en la fuerza resultante del perno.....         | 48 |
| 7.8.3. Factor de seguridad contra la fluencia .....                             | 48 |
| 7.8.4. Disminución de diámetro.....                                             | 49 |
| 7.8.5. Ventajas del modelo semi-analítico propuesto .....                       | 49 |
| CAPÍTULO 8 .....                                                                | 51 |
| Conclusiones.....                                                               | 51 |
| 8.1. Conclusiones .....                                                         | 51 |
| 8.2. Perspectivas.....                                                          | 52 |
| REFERENCIAS.....                                                                | 54 |
| BIBLIOGRAFÍA .....                                                              | 55 |
| ANEXO A.....                                                                    | 56 |
| Tablas referenciales.....                                                       | 56 |

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| ANEXO B .....                                                     | 61 |
| Curvas de $F_b$ vs P para el preanálisis. ....                    | 61 |
| ANEXO C .....                                                     | 63 |
| Curvas de $F_b$ vs P. Verificación del modelo semi-analítico..... | 63 |
| ANEXO D.....                                                      | 65 |
| Modelo de cálculo para uniones apernadas.....                     | 65 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|                                                                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1. Comportamiento experimental y numérico de una unión apernada sometida a una carga de tensión. [Nassar, 2011]..... | 2  |
| Figura 2. Fuerza de sujeción y desplazamiento de elementos en compresión. [Nassar 2011] .....                               | 2  |
| Figura 5. Diagrama de flujo de desarrollo del modelo semi-analítico.....                                                    | 6  |
| Figura 6. Unión apernada sometida a carga de tensión externa y nomenclatura respectiva. ....                                | 7  |
| Figura 7. Estado de cargas en unión apernada, $b = 0$ . ....                                                                | 8  |
| Figura 8. Diagrama de cuerpo libre de los elementos constituyentes de la unión durante la precarga. ...                     | 8  |
| Figura 9. Diagrama de cuerpo libre de la unión apernada durante la aplicación de carga de tensión. ....                     | 9  |
| Figura 10. Fuerzas en perno, golilla y miembro superior durante la aplicación de $P$ . ....                                 | 12 |
| Figura 11. Influencia de la rotación de los miembros en la separación. ....                                                 | 12 |
| Figura 12. Banco de ensayo y geometría del modelo del experimento de Nassar. [Nassar, 2011] .....                           | 15 |
| Figura 13. Variación de $Fb$ y $Fm$ con $P$ , para $Fi = 15 [kN]$ y $2b = 60 [mm]$ . Datos experimentales.                  | 16 |
| Figura 14. Modelo para el perno y la tuerca. ....                                                                           | 17 |
| Figura 15. Modelo para la arandela .....                                                                                    | 17 |
| Figura 16. Modelo para miembro superior e inferior.....                                                                     | 18 |
| Figura 17. Modelo de la unión apernada para el cálculo mediante EF. ....                                                    | 19 |
| Figura 18. Discretización del modelo para la unión apernada. ....                                                           | 19 |
| Figura 19. Contacto entre miembro superior e inferior. ....                                                                 | 20 |
| Figura 20. a) Modelo particionado. b) Aplicación de precarga al modelo. ....                                                | 21 |
| Figura 21. a) Fijación del modelo, b) aplicación de la carga externa. ....                                                  | 21 |
| Figura 22. Resultados de la simulación numérica y comparación con resultados experimentales. ....                           | 22 |
| Figura 23. Propuesta para la unión apernada. ....                                                                           | 23 |
| Figura 24. Propuesta para la unión apernada. Vistas isométricas .....                                                       | 23 |
| Figura 25. Nomenclatura para las dimensiones de los miembros.....                                                           | 24 |
| Figura 26. Nomenclatura de las dimensiones del perno. ....                                                                  | 25 |
| Figura 27. Curvas $Fb(P)$ y $Fm(P)$ teórica (TE) y numérica (EF) de la unión apernada de referencia. ....                   | 31 |
| Figura 28. a) Puntos de medición de deformación unitaria en el perno y b) gráfico $\epsilon y$ vs $l$ .....                 | 32 |
| Figura 29. a) Puntos de medición de desplazamiento en arandela y b) gráfico $\delta w$ vs $l$ .....                         | 33 |
| Figura 30. a) Puntos de medición de desplazamiento en los miembros y b) gráfico $\delta m$ vs $l$ .....                     | 34 |

|                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 31. $Ck$ vs $P/Fi$ . Cambio en $b$ .....                                           | 37 |
| Figura 32. $Ck$ vs $P/Fi$ . Cambio en $lm$ .....                                          | 37 |
| Figura 33. $Ck$ vs $P/Fi$ . Cambio en $Fi$ .....                                          | 37 |
| Figura 34. $Ck$ vs $P/Fi$ . Cambio en $d$ .....                                           | 37 |
| Figura 35. Curvas con mismo $G$ . a) $G=0.32$ y b) $G=0.5$ . ....                         | 38 |
| Figura 36. Ajuste de curvas. a) $AG(G)$ y b) $BG(G)$ .....                                | 43 |
| Figura 37. Verificación modelo. ....                                                      | 44 |
| Figura 38. Validación modelo semi-analítico. ....                                         | 46 |
| Figura 39. Curvas $Fb(P)$ experimental (EXP), modelo propuesto (MSA) y teórico (TE). .... | 46 |
| Figura 40. $Fb/Fi$ vs $P/Fi$ . $G=0.1$ .....                                              | 47 |
| Figura 41. $Fb/Fi$ vs $P/Fi$ . $G=0.5$ .....                                              | 47 |
| Figura 42. $Fb/Fi$ vs $P/Fi$ . $G=1.0$ .....                                              | 47 |
| Figura 43. Curva $NFi$ en función de $G$ . ....                                           | 49 |
| Figura A.1. Ajuste de curvas $AG$ . a) Hierro y b) Aluminio .....                         | 60 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1. Propiedades mecánicas para especificación de clase 8.8.....                                    | 15 |
| Tabla 2. Propiedades físicas de los materiales para los miembros. ....                                  | 24 |
| Tabla 3. Dimensiones para la cabeza del perno según diámetro nominal, $d$ .....                         | 27 |
| Tabla 4. Área de esfuerzo de tensión $A_t$ , según diámetro nominal, $d$ .....                          | 27 |
| Tabla 5. Dimensiones para la arandela según diámetro nominal, $d$ . ....                                | 27 |
| Tabla 6. Espesor para los miembros. ....                                                                | 28 |
| Tabla 7. Niveles de precarga y peak de carga para cada diámetro escogido. ....                          | 28 |
| Tabla 8. Distancia a la que se aplica la fuerza externa. ....                                           | 29 |
| Tabla 9. Configuración geométrica y de carga para cada DP. ....                                         | 29 |
| Tabla 10. Datos para la unión apernada de referencia en el análisis .....                               | 30 |
| Tabla 11. Rigideces teóricas de la unión apernada de referencia para el análisis.....                   | 31 |
| Tabla 12. Rigidez del perno a distintas cargas.....                                                     | 33 |
| Tabla 13. Rigidez de las arandelas a distintas cargas. ....                                             | 34 |
| Tabla 14. Rigidez de los miembros a distintas cargas y distancia de aplicación de carga. ....           | 35 |
| Tabla 15. Valores de $G$ para los diferentes DP. ....                                                   | 38 |
| Tabla 16. Condiciones geométricas para los diferentes DP.....                                           | 40 |
| Tabla 17. Rigidez de la arandela y del perno para los diferentes DP. ....                               | 41 |
| Tabla 18. Valores obtenidos para la condición de separación de los miembros.....                        | 42 |
| Tabla 19. Valores obtenidos de $AG$ y $BG$ para diferentes valores de $G$ .....                         | 42 |
| Tabla 20. Factores para las ecuaciones (29) y (31).....                                                 | 43 |
| Tabla 21. Resultados para cálculo con $AG$ .....                                                        | 45 |
| Tabla 22. Carga de separación .....                                                                     | 45 |
| Tabla A.1. Dimensiones para cabeza de perno métrico según el diámetro nominal, $d$ .....                | 56 |
| Tabla A.2. Áreas de tensión $A_t$ de pernos métricos.....                                               | 56 |
| Tabla A.3. Dimensiones para arandelas métricas planas. ....                                             | 57 |
| Tabla A.4. Diámetro de agujero para diferentes $d$ .....                                                | 57 |
| Tabla A.5. Propiedades mecánicas para diferentes clases métricas de pernos. ....                        | 58 |
| Tabla A.6. Coeficiente de fricción estático $\mu$ en la interfaz de los miembros [VDI 2030, 2003]. .... | 58 |
| Tabla A.7 Valores obtenidos de $AG, sep$ y $BG, sep$ para diferentes valores de $G$ . Aluminio. ....    | 59 |
| Tabla A.8. Valores obtenidos de $AG, sep$ y $BG, sep$ para diferentes valores de $G$ . Hierro. ....     | 59 |

Tabla D.1 Ecuaciones para utilizar con la ecuación (29)..... 65

Tabla D.2 Ecuaciones para utilizar con la ecuación (32)..... 65

Tabla D.3 Factores para las ecuaciones (29) y (32) para diferentes materiales..... 65