Universidad de Concepción
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Informática y Ciencias de la Computación

Práctica 4 Solución

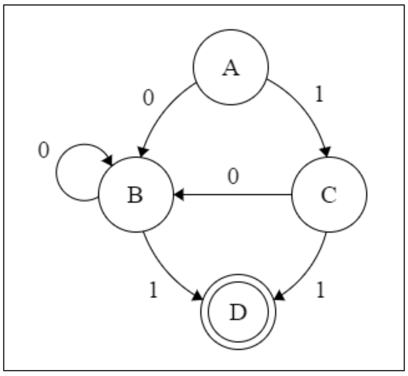
Teoría de Computación (503306)

Profesor: John Atkinson
Ayudante: Diego Palma

1. Realizando construcción por subconjuntos, se llega a:

	δ	0	1
$\rightarrow$	$\{0\}$	$\{1,2\}$	$\{2\}$
	$\{1,2\}$	$\{1,2\}$	$\{3\}$
	$\{2\}$	$\{1,2\}$	$\{3\}$
$*$	$\{3\}$	$\{\}$	$\{\}$

Renombrando estados, se construye el siguiente automatón:



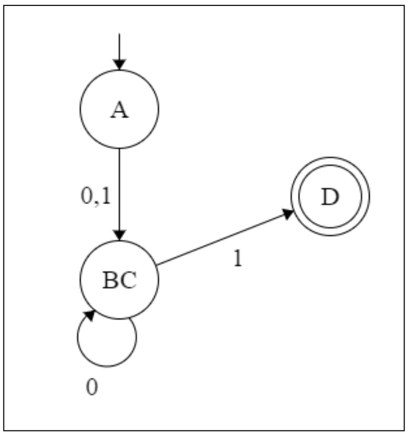
Para minimizar el automatón, como base se rellenan todos los pares de estados (p, q) tales que uno de los estados sea un estado final:

B			
C			
D	X	X	X
	A	B	C

Se pueden distinguir los pares (A, B) y (A, C), pues para la entrada 1, B y C llevan a un estado de aceptación, cosa que no ocurre con A.

B	X		
C	X		
D	X	X	X
	A	B	C

El par (B, C) nunca se puede distinguir, por lo tanto son estados redundantes y el automatón se puede minimizar, llegando a:



2. Estos ejercicios se resolverán con la analogía vista en la práctica y en el libro.

   a) L es regular, pues dicho lenguaje se puede representar por la siguiente expresión regular: 0*1*

   b)
   - Asumimos que L es regular.
   - Sea p la constante del lema del bombeo.
   - Jugador 1 escoge $w = a^p b^p$, $|w| = 2p$
   - Jugador 2 descompone $w = xyz$, $z = 1^p$, $y = 0^i, i \geq 1$
   - Jugador 1 elimina y del string (bombea $k = 0$), y se obtiene $xz = 0^{p-i}1^p$, como $i \geq 1$ entonces $xz \notin L$
   - Por lo tanto L no es regular.

   c)
   - Asumimos que L es regular.
   - Sea p la constante del lema del bombeo.
   - Jugador 1 escoge $w = a^p b^p$, $|w| = 2p$
   - Jugador 2 descompone $w = xyz$, $z = 1^p$, $y = 0^i, i \geq 1$
   - Jugador 1 elimina y del string (bombea $k = 0$), y se obtiene $xz = 0^{p-i}1^p$, como $i \geq 1$ entonces $xz \notin L$
   - Por lo tanto L no es regular.

   d)
   - Asumimos que L es regular.
   - Sea p la constante del lema del bombeo.
   - Jugador 1 escoge $w = 0^p 1^{p+1}$, $|w| = 2p + 1$
   - Jugador 2 descompone $w = xyz$, $z = 1^{p+1}$, $y = 0^i, i \geq 1$
   - Jugador 1 repite y dos veces (bombea $k = 2$), y se obtiene $xyyz = 0^{p-i+2i}1^{p+1}$, como $i \geq 1$ entonces $xyyz \notin L$
   - Por lo tanto L no es regular.

   e)
   - Asumimos que L es regular.
   - Sea p la constante del lema del bombeo.
   - Jugador 1 escoge $w = 0^p 1 0^p$, $|w| = 2p + 1$
   - Jugador 2 descompone $w = xyz$, $z = 10^p$, $y = 0^i, i \geq 1$
   - Jugador 1 elimina y del string (bombea $k = 0$), y se obtiene $xz = 0^{p-i}10^p$, como $i \geq 1$ entonces $xz \notin L$

- Por lo tanto L no es regular.

f) El lenguaje es regular, pues la siguiente expresión regular lo representa: $1(11)^*$

g)
- Asumimos que L es regular.
- Sea n la constante del lema del bombeo.
- Jugador 1 escoge $w = 0^{n^2}$, $|w| = n^2$
- Jugador 2 descompone $w = xyz$, donde y debe contener al menos un 0. Es decir: $w = \ldots 0000 \quad 0^i \quad 0000\ldots$ Luego $|xyz| = |xz| + |y| = (n^2 - i) + i$
- Jugador 1 repite dos veces el string y (bombea $k = 2$), y se obtiene: $|xyyz| = |xz| + 2|y| = (n^2 - i) + 2i = n^2 + i$
  Usando cotas:
  $n^2 + i \leq n^2 + n$ pues $|xy| \leq n$, $|y| = i$ y $i \leq n$. Luego $n^2 + i < n^2 + 2n + 1$, además $n^2 + i > n^2$ pues $i \geq 1$, lo que nos lleva a que $n^2 < n^2 + i < (n+1)^2$. Luego $n^2 + i$ no es un cuadrado perfecto y $xyyz \notin L$
- Por lo tanto L no es regular.

h) Si L fuese regular, su complemento sería regular, luego el complemento de L es: $L^C = \{0^m 1^n | m = n\}$, el cual claramente no es regular. Este ejercicio podría ser resuelto también con el lema del bombeo, pero no es trivial.

- Sea p la constante del lema del bombeo.
- Jugador 1 escoge $w = 0^p 1^{p+p!}$
- Jugador 2 descompone $w = xyz$, $y = 0^i, i \geq 1$
- Jugador 1 bombea $1 + \frac{p!}{i}$, se obtiene: $xy^{1+\frac{p!}{i}}z$. Notar que $\frac{p!}{i}$ es un entero pues $0 < i \leq p$, luego:
  $0^{p-i}0^{i+p!}1^{p+p!} = 0^{p+p!}1^{p+p!} \notin L$
  Por lo tanto L no es regular.