Ejercicios Calculo Numérico
Listado Complementario 2

Diego Andrés Palma Sánchez
dipalma@udec.cl
`http://www.udec.cl/~dipalma`

Septiembre de 2015

1. Introducción

Este es el segundo listado de ejercicios complementarios. Nuevamente, no es obligatorio hacerlos, pero sirve para hacerse una idea de qué tan bien entienden los conceptos vistos en el curso y su forma de aplicarlos. Nuevamente, no subiré las respuestas de estos ejercicios, sin embargo pueden comprobar fácilmente si están en lo correcto o no, utilizando MATLAB. Respecto a la pregunta de Cholesky, en el caso hipotético que les preguntaran algo parecido en el certamen ¿Qué tan difícil es deducir el Algoritmo para no memorizarlo? En el listado 1 ¿recuerdan la solución del problema del algoritmo de Crout? Pueden utilizar una estrategia similar para deducir el algoritmo de Cholesky, simplemente recuerden cuándo es aplicable esta factorización.

2. Descomposición de Matrices

- Considere el sistema lineal $Ax = b$, donde la matriz A y el vector b están definidos como:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 & 4 \\ 6 & 2 & 12 & 13 \\ 3 & 6 & 16 & 19 \\ -3 & 4 & 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ y } b = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 12 \\ 2 \end{pmatrix}$$

  a) Determine una descomposición LU de la matriz A (utilizando pivoteo en caso de ser necesario).
  b) Utilizando esta descomposición, resuelva el sistema lineal.

- Considere la matriz A definida como:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & 7 \\ -3 & 13 & 5 & -15 \\ -2 & 4 & 14 & -14 \\ 7 & -15 & -14 & 75 \end{pmatrix}$$

a) Si $det(A) = 576$, pruebe que la matriz A admite una descomposición de Cholesky.

b) Determine la factorización de Cholesky para la matriz A.

3. Métodos Iterativos

- Considere el sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 & = & 3 \\ 3x_1 + x_2 & = & 4 \end{array}$$

  a) Calcule la matriz de iteración del método de Jacobi.

  b) Calcule el radio espectral $\rho(M_J)$ de la matriz encontrada.

  c) Decida si el método de Jacobi converge.

  d) Calcule dos iteraciones del método de Jacobi, comenzando con la aproximación inicial:

$$x_0 = (1.01, 1.01)^T$$

- Se necesita aplicar el método de Gauss-Seidel a la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & k-1 \\ 6 & 3 & 10 \end{pmatrix}$$

  ¿Es posible encontrar un valor de $k \in \mathbb{R}$ de modo que se garantice la convergencia del método?

- Se necesita aplicar el método de Jacobi a la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & k & 1 \\ 2 & 6 & k \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$$

  ¿Es posible encontrar un valor de $k \in \mathbb{R}$ de modo que se garantice la convergencia del método?