

# Ejercicios Cálculo Numérico

## Listado Complementario 1

Diego Andrés Palma Sánchez  
dipalma@udec.cl  
<http://www.udec.cl/~dipalma>

Septiembre de 2015

### 1. Introducción

Este es un listado de ejercicios complementarios que he recopilado de distintas fuentes, no diré cuales para no revelar la magia. La idea de estos ejercicios es practicar lo visto en los laboratorios y que sirvan como material complementario. Pueden enviarme consultas y todo. No es necesario que los resuelvan, pero si quieren aumentar las probabilidades de rendir un buen test, sería bastante bueno al menos hacer un par. Finalmente, no subiré las soluciones porque no tiene sentido, ya tienen las soluciones de los laboratorios y la idea de estos ejercicios es que puedan resolverlos solos, además de que es fácil saber cuál es la respuesta si utilizan MATLAB de la forma adecuada.

### 2. Repaso programación MATLAB

- Escoger 3 ejercicios de *Project Euler* y resolverlos.
- Escriba una función en MATLAB que dado  $n$ , genere una lista de números primos entre 2 y  $n$  utilizando la criba de Eratóstenes [https://en.wikipedia.org/wiki/Sieve\\_of\\_Eratosthenes](https://en.wikipedia.org/wiki/Sieve_of_Eratosthenes).

### 3. Primeros capítulos cálculo numérico

- Dada una matriz de orden  $n$ ,  $A = a_{ij}$ , donde:

$$a_{ij} = \begin{cases} i(n-j+1) & , i \leq j \\ a_{ji} & , i > j \end{cases} \quad (1)$$

para  $i, j = 1, 2, \dots, n$  y el vector  $b = (1, 2, \dots, n)^T$ , se pide lo siguiente:

1. Escriba una función en MATLAB que defina la matriz  $A$  y el vector  $b$  para  $n$  arbitrario.

2. Use  $n = 9$  para resolver el sistema lineal  $Ax = b$ .

- Para un computador de 1Gflop por segundo, use MATLAB para hacer una tabla comparativa de los costos operacionales entre el método de eliminación de Gauss y el método de Thomas. Utilice:

$n = (1000, 1500, 2000, 5000, 50000, 90000)$ . Con  $n$ , calcule las flop para cada método (Pueden deducirlas, o utilizar las diapositivas del curso). Y para calcular el tiempo, utilicen la información del computador.

Probablemente requerirá implementar ambos métodos, se sugiere probar con matrices simples y comparar las soluciones a las obtenidas mediante el comando de MATLAB  $A \setminus b$ . Para comparar puede utilizar la norma del error  $norm(x_{matlab} - x_{metodo})$ .

- El algoritmo de Crout para resolver el sistema lineal  $Ax = b$ , donde  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz tridiagonal y  $b \in \mathbb{R}^n$ , consiste en hacer una factorización LU de la matriz  $A$ , de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \dots & 0 \\ c_1 & a_2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b_{n-1} \\ 0 & \dots & 0 & c_{n-1} & a_n \end{pmatrix} = LU \quad (2)$$

Donde:

$$L = \begin{pmatrix} l_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_1 & l_2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & c_{n-1} & l_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$U = \begin{pmatrix} 1 & u_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & u_{n-1} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

1. Deduzca el algoritmo de Crout. Sugerencia, comience de un caso base, por ejemplo  $n = 2$ , luego  $n = 3$ , hasta ver un patrón y generalizar.
2. Calcule el costo operacional de resolver el sistema lineal con el algoritmo anterior. Sugerencia: recordar las sumatorias clásicas.
3. Implementar en MATLAB este algoritmo.

4. Resuelva el sistema lineal  $Ax = b$ , donde:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{15 \times 15} \quad (5)$$

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{15} \quad (6)$$

Sugerencia: Para comprobar sus resultados, puede utilizar las funciones de MATLAB y comparar los resultados entregados.