CAPÍTULO 4. DINÁMICA DE LA PARTÍCULA.

4.1 INTRODUCCIÓN.

En este capítulo se sigue considerando un modelo para hacer el estudio de la dinámica sólo para el caso de partículas. Un modelo se usa para representar la realidad física y debe tener en cuenta dos aspectos conflictivos entre sí: a) tiene que ser lo bastante simple para como para ser elaborado con métodos matemáticamente rigurosos, b) debe ser realista para que los resultados obtenidos sean aplicables al problema considerado. Estos dos aspectos hacen que la sencillez del modelo, su belleza matemática, sea incompatible con la fidelidad al problema real.

La ***dinámica*** estudia el movimiento de los cuerpos considerando las causas que lo producen. Es una rama de la Mecánica que abarca casi toda la Mecánica Clásica. En la Mecánica Clásica se restringe el estudio a los cuerpos (partículas) grandes comparados con el tamaño de un átomo ($\sim 10^{-10}$ *m*) y para velocidades pequeñas comparadas con la de la luz ($\sim 3x10^{8}$ *m/s*). Isaac Newton (1642-1727) es el principal creador de la Mecánica Clásica. La Mecánica Relativista estudia el movimiento de las partículas subatómicas, que se mueven a muy altas velocidades, es más general que la Mecánica Clásica a la que incluye como caso particular. Su creador fue A. Einstein (1879 – 1955).

En los primeros estudios, Galileo Galilei (1564-1642), hizo un gran avance en la comprensión del movimiento. Las ideas de Galileo eran revolucionarias para su época, él propuso la teoría científica que la Tierra giraba en torno al Sol, teoría contraria a las doctrinas de la iglesia que imponían la creencia que la Tierra era el centro del Universo, sin tener fundamentos para hacer esa afirmación. Quienes se oponían a esas creencias eran severamente castigados, con penas tales como morir quemado en la hoguera u otras barbaries impuestas por la religión católica. Galileo se encontró en esa situación peligrosa, por lo que no pudo publicar sus resultados y fue obligado a retractarse públicamente. Posteriormente, la inquisición española propicio que todas sus universidades aprobaran y estudiaran la tesis de Galileo. Durante el Jubileo 2000 la Iglesia Católica tuvo que pedir perdón al mundo científico por no haber creído en la teoría de Galileo y le pidió perdón a Galileo mismo. Pero un filósofo contemporáneo de Galileo, Giordano Bruno (1548-1600) tuvo un final trágico, ya que murió en Roma en 1600 quemado en la hoguera de la Inquisición, por defender las mismas ideas de Galileo. En la actualidad, la Iglesia Católica continúa con sus ideas retrógradas y dictatoriales porque, por ejemplo, acepta la tesis abortiva de la 'píldora del día después', a pesar de que se ha demostrado científicamente que no es abortiva, o se oponía a la aprobación de leyes como la Ley del Divorcio, o pone trabas para la realización del programa Jornadas de Conversación, Afectividad y Sexualidad, JOCAS, de educación sexual en los Liceos. Sin embargo la iglesia se resiste a aceptar las sanciones en contra de sus sacerdotes que son acusados de abusos deshonestos, y los defiende ¿Cómo eso va a ser algo aceptable? Ojalá que no se deba esperar otros 500 años para que la iglesia reconozca este nuevo error.

Antes de Galileo la mayoría de los filósofos pensaba que se necesitaba una '*influencia externa'* para mantener a un cuerpo en movimiento. Creían que un cuerpo se encontraba en su estado natural cuando estaba en reposo, y que para que el cuerpo se moviera en línea recta con velocidad constante, tenia que moverlo continuamente algún agente externo, de otra manera naturalmente se detendría. Para probar esa idea, Galileo empezó por encontrar una forma de liberar a un cuerpo de toda influencia externa. En la naturaleza eso no se puede lograr, porque aún cuerpos muy alejados de un cuerpo de prueba pueden ejercer una influencia sobre él y cambiar su movimiento. Pero se puede hacer que las influencias externas sean muy pequeñas (es el modelo) y pensar que realmente no existen para tener una idea de cómo sería el movimiento. La experiencia de Galileo fue deslizar un bloque de madera sobre una superficie bajo una influencia externa (por ejemplo la mano que lo empuja), si se elimina la influencia externa el bloque se detiene, por eso los filósofos pensaban que permanentemente tenia que estar actuando la influencia externa para mantener el movimiento. Pero si se elige como cuerpo una esfera y se hace deslizar sobre una superficie muy lisa, al ponerla en movimiento lo hará con mucha facilidad sin ninguna influencia externa, (el contacto entre las dos superficies es otra influencia externa que se desprecia). En el caso que no exista ninguna influencia externa sobre un cuerpo después que se lo pone en movimiento, nunca más se detendría. A la influencia externa que hace que un cuerpo este detenido o en movimiento se le llama una ***fuerza***.

¿Qué es fuerza?

En la vida cotidiana se considera *fuerza* a una sensación común asociada con la dificultad para mover o levantar un cuerpo. En Física se identifica una fuerza por el efecto que produce. Uno de los efectos de una fuerza es cambiar el estado de reposo o de movimiento del cuerpo, más concretamente, una fuerza cambia la velocidad de un objeto, es decir produce una aceleración. Cuando se aplica una fuerza sobre un cuerpo y no se produce movimiento, entonces puede cambiar su forma, aún si el cuerpo es muy rígido. La deformación puede o no ser permanente. Entonces los efectos de la fuerza neta son dos: cambiar el estado de movimiento de un cuerpo o producir una deformación, o ambas cosas simultáneamente.

Normalmente sobre un cuerpo pueden actuar varias fuerzas, entonces el cuerpo acelerará cuando el efecto de la fuerza neta que actúa sobre él no es cero. Se llama ***fuerza neta*** o *fuerza resultante* a la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Si la fuerza neta es cero, la aceleración es cero, el movimiento es con velocidad igual a cero (cuerpo detenido) o con velocidad constante. Cuando un cuerpo está en reposo o se mueve con velocidad constante, se dice que está en ***equilibrio.*** Para una fuerza usaremos el símbolo ***F.***

Se pueden distinguir dos grandes clases de fuerzas: fuerzas de contacto, representan el resultado del contacto físico entre el cuerpo y sus alrededores, por ejemplo mover un carro o estirar un resorte; y fuerzas de acción a distancia que actúan a través del espacio sin que haya contacto físico entre el cuerpo y sus alrededores, por ejemplo la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos que caen en caída libre. Todas las diferentes formas de fuerzas se encuentran dentro de esas dos grandes clasificaciones.

Para describir el mundo, la física contemporánea recurre a cuatro interacciones o fuerzas fundamentales, que actúan sobre las partículas de materia (y sobre las antipartículas), vehiculadas por partículas llamadas *vectores de interacción*, que son: fotón (interacción electromagnética), bosón (interacción débil), gluón (interacción fuerte) y gravitón (interacción gravitacional).

1) Fuerzas electromagnéticas de atracción o repulsión entre partículas cargadas en reposo o en movimiento, explica la cohesión de los átomos, es mucho más intensa que la fuerza gravitacional.

2) Fuerzas nucleares intensas entre partículas subatómicas, responsable de la existencia del núcleo atómico asegura la cohesión interna de los constituyentes del núcleo atómico, protones y neutrones, y es responsable de un gran número de reacciones y de desintegraciones; es la de mayor magnitud (10^2 - 10^3 veces la fuerza electromagnética).

3) Fuerzas nucleares débiles de corto alcance, rige algunos procesos radiactivos, establece la estabilidad de algunos núcleos, es varios órdenes de magnitud (10^{12}) menor que la fuerza electromagnética.

4) Fuerza de atracción gravitacional entre cuerpos debido a sus masas, entre otras cosas hace que caigan las manzanas y que suba la marea, es la fuerza de menor magnitud comparada con las otras.

Para que el concepto de fuerza sea exacto se debe establecer un método para medirla. Una fuerza se puede medir por el efecto que produce. Por ejemplo se puede usar la deformación que una fuerza produce en un resorte, como en la figura 4.1. Si se aplica una fuerza verticalmente a un resorte y se estira una unidad (figura 4.1a), le asignamos a la fuerza una magnitud unitaria de valor F. Se aplica ahora otra fuerza al mismo resorte horizontalmente (figura 4.1b), produciéndole un estiramiento de dos unidades, la magnitud de la fuerza será de $2F$. Si se aplican simultáneamente las dos fuerzas, el resorte se inclina, como en la figura 4.1c, y se estira $\sqrt{5}$ veces. La fuerza equivalente que produce ese estiramiento del resorte es la suma vectorial de F y $2F$. Es decir, la fuerza es un vector.

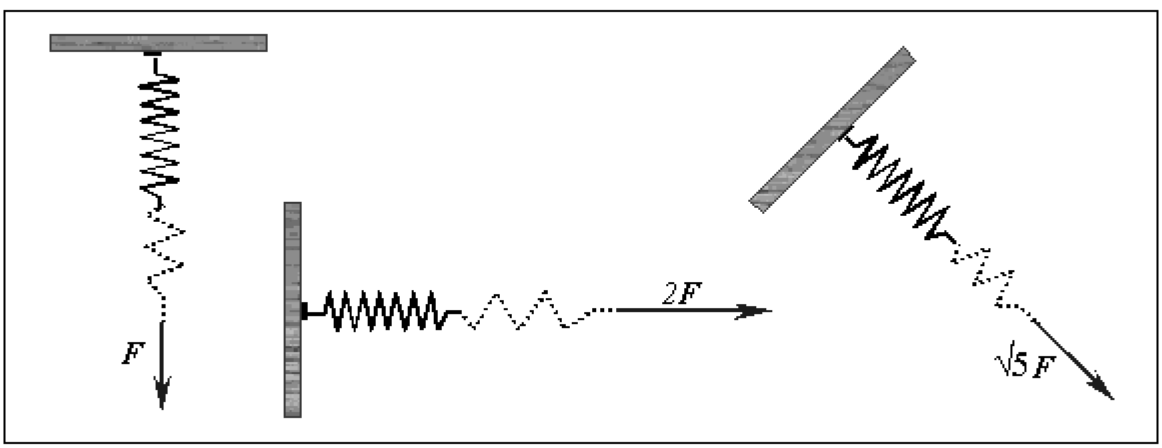


Figura 4.1 a) izquierda, b) centro, c) derecha.

El instrumento para medir fuerzas se llama ***dinamómetro***, es un resorte que se estira sobre una escala. Si se aplica una fuerza de una unidad sobre el dinamómetro, el resorte se estira hasta que ejerce una fuerza igual y contraria a la aplicada. En la escala se mide el alargamiento del resorte y se le asigna una unidad de fuerza. De esa manera se calibra el dinamómetro y se usa para medir fuerzas, por ejemplo se aplica una fuerza sobre el dinamómetro y si se estira 2.5 unidades, entonces la fuerza aplicada es 2.5 veces la unidad de fuerza. Este procedimiento es válido para pequeños alargamientos del resorte, ya que si la fuerza es muy intensa, se puede deformar y no volver a su forma original.

4.2 PRIMERA LEY DE NEWTON.

Antes de 1600 los filósofos afirmaban que el estado natural de la materia era el reposo. Galileo fue el primero que tuvo una idea distinta del movimiento haciendo experimentos. Esencialmente sus experimentos consistían en analizar en forma semi-cuantitativa el movimiento de los cuerpos, tratando de eliminar toda influencia externa que lo alterará, concluyendo que el estado natural de los cuerpos no es el reposo, sino el resistirse a una aceleración. Posteriormente, Newton, que nació el año en que murió Galileo, perfeccionó los experimentos de Galileo realizando cuidadosas mediciones experimentales, lo que le permitió formular las ahora conocidas tres Leyes del Movimiento de Newton. La primera Ley de Newton se puede enunciar de la siguiente manera:

"Un cuerpo en reposo permanecerá en reposo y uno en movimiento continuará en movimiento con velocidad constante, a menos que actúe una fuerza sobre el cuerpo que altere su estado de reposo o de movimiento".

En otros términos se enuncia de la siguiente forma: si la suma de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es cero, su aceleración es cero. Esto significa que la partícula se encuentra en equilibrio de traslación, y se cumple la condición:

$$\boxed{\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0} \qquad (4.1)$$

Es importante darse cuenta que esta ley no ha sido probada real y verdaderamente, ya que no es posible eliminar totalmente las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Es una generalización de la experiencia.

La primera Ley de Newton se conoce también como ***Ley de Inercia***, porque define un *sistema de referencia inercial*. Un ***sistema de referencia inercial*** es aquel en el cual si sobre un cuerpo no actúa fuerza alguna, este se mueve con velocidad constante. En este sistema de referencia se cumple la primera Ley de Newton.

La Tierra no es un sistema de referencia inercial porque tiene una aceleración de $5.9 \times 10^{-3}\ m/s^2$ por su traslación alrededor del Sol y una aceleración por rotación en torno a su eje, que en el ecuador vale $3.4 \times 10^{-2}\ m/s^2$. Como estos son valores pequeños comparados con g, se puede suponer que la tierra es un sistema de referencia inercial. En la naturaleza no existen los sistemas de referencia inercial. Un marco de referencia inercial que se mueve con velocidad constante respecto a las estrellas muy lejanas, aparentemente fijas, es la mejor aproximación a un sistema de referencia inercial. Para nuestros efectos, en la mayoría de los casos consideraremos a la tierra como un sistema de referencia inercial, ya que para los objetos que se mueven distancias cortas comparadas con el radio terrestre sobre la superficie, se pueden despreciar los movimientos de la Tierra.

4.3 CONCEPTO DE MASA.

¿Qué efecto tendrá una misma fuerza sobre cuerpos diferentes? No es lo mismo golpear con el píe una pelota que un adoquín. La masa es la propiedad del cuerpo que determina el efecto de una fuerza aplicada sobre él. Cuando se quiere cambiar el estado de movimiento de un cuerpo, este se resiste al cambio. La ***inercia*** es la propiedad de la materia que hace que se resista a cualquier cambio de su movimiento, ya sea en su dirección o rapidez. Por ejemplo, los pasajeros de un automóvil que acelera sienten contra la espalda la fuerza del asiento, que vence su inercia y aumenta su velocidad. Cuando éste frena, los pasajeros tienden a seguir moviéndose y se mueven hacia delante, por lo que deben apoyarse en el asiento delantero para no salir del suyo. Si se realiza un giro, un paquete situado sobre el asiento se desplazará lateralmente, porque la inercia del paquete hace que tienda a seguir moviéndose en línea recta.

La masa es el término que se usa para cuantificar la inercia. Como mide la resistencia de un cuerpo a cambiar su estado de movimiento o de reposo, se le llama ***masa inercial,*** y está determinada por la razón entre la fuerza neta sobre el cuerpo y su aceleración.

Otro método para encontrar la masa consiste en comparar la fuerzas gravitacionales ejercidas sobre dos objetos, uno de ellos de masa desconocida y el otro de masa conocida. El objeto de masa desconocida se coloca en uno de los platillos de una balanza y en el otro platillo el conocido. Cuando los dos brazos están balanceados la fuerza gravitacional es la misma sobre cada uno de ellos. Entonces las masas de los cuerpos son iguales; cuando la masa se mide de esta forma se llama ***masa gravitacional***. Experimentos muy precisos indican que ambas masas, inercial y gravitacional, son iguales.

La masa es una propiedad del cuerpo, es independiente del medio que la rodea y del método usado para medirla, para un cuerpo determinado tiene el mismo valor en cualquier lugar del universo. Es un escalar por lo que cumple las reglas de la aritmética común, en el SI se mide en kg.

4.4 SEGUNDA LEY DE NEWTON.

Cuando la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo no es cero, el cuerpo se mueve con una aceleración en la dirección de la fuerza. Experimentalmente se demuestra que para una masa fija, si aumenta el valor de la fuerza, su aceleración aumenta proporcionalmente; por ejemplo si F aumenta a $2F$ la aceleración a aumenta a $2a$. Por otra parte, si se aplica una fuerza fija, pero se aumenta el valor de la masa, la aceleración del cuerpo disminuye proporcionalmente al aumento de masa, por ejemplo si m aumenta a $2m$ la aceleración a disminuye a $(½)a$. Lo opuesto se observa si en lugar de considerar aumento de fuerza o de masa, se consideran disminuciones.

La Segunda Ley de Newton se enuncia basándose en estos resultados experimentales, resumiendo esas observaciones en el siguiente enunciado:

"La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo e inversamente proporcional a su masa."

Escrita en términos matemáticos, si $\sum \vec{F}$ es la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo de masa m, la Segunda Ley de Newton se expresa como:

$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}} \qquad (4.2)$$

Esta ecuación fundamental muy sencilla y completa, encierra razonamientos físicos muy profundos, producto de la experiencia, se conoce como la ***ecuación fundamental de movimiento***. Permite describir el movimiento y la mayor parte de los fenómenos de la Mecánica Clásica, (excepto los cambios de opinión de una mujer que se rigen por una fuerza de voluntad o se producen por motivos de fuerza mayor, son aleatorios, caóticos e impredecibles). Como la Mecánica Clásica es válida para cuerpos 'grandes' que se mueven con $v << c$, la misma restricción vale para las Leyes de Newton.

La Segunda Ley de Newton es una expresión vectorial y equivale a tres ecuaciones escalares, una en cada dirección *x*, *y* y *z*,

$$\sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y, \quad \sum F_z = ma_z.$$

La Segunda Ley de Newton se puede usar para definir la unidad de medida de una fuerza. En el sistema internacional, la unidad de medida de fuerza se llama ***Newton***, que se simboliza por *N*, se define como la fuerza necesaria para mover una masa de un *kg* produciéndole una aceleración de un m/s^2, entonces $1\ N = 1\ kg\ m/s^2$.

Se observa que la primera Ley de Newton es un caso particular de la segunda ley cuando la fuerza neta es cero, ya que en ese caso la aceleración debe ser cero, por lo tanto es una consecuencia de la segunda ley.

4.5 PESO.

Todos los cuerpos que se dejan en libertad cerca de la superficie terrestre caen con la aceleración de gravedad. Lo que los hace caer es la fuerza fundamental de atracción gravitacional con que la Tierra atrae a cualquier cuerpo con masa. Si dos partículas que tienen masas m_1 y m_2 están separadas una distancia *r* medida desde sus centros, como se ve en la figura 4.2, la fuerza de atracción gravitacional $\boldsymbol{F}_G$ ejercida por la masa m_1 sobre la masa m_2 tiene una magnitud:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

donde $G = 6.672 \times 10^{-11}\ N\ m^2/kg^2$. El cuerpo a su vez ejerce una fuerza de atracción sobre la Tierra, pero como la masa de cualquier objeto sobre la Tierra es mucho menor que la masa de la Tierra, el movimiento que el cuerpo le imprime a la Tierra no se aprecia. A la fuerza de atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre un cuerpo en sus cercanías se le llama ***peso*** del cuerpo, se simboliza con ***P***. Es un vector fuerza dirigido hacia el centro de la Tierra, en la dirección de ***g***, se mide en *N*.

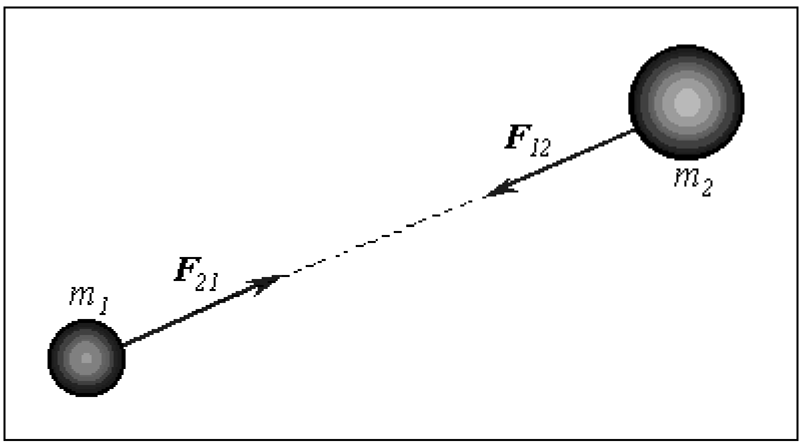


Figura 4.2 Fuerza de atracción gravitacional entre masas.

Cuando un cuerpo que es dejado en libertad en las cercanías de la superficie terrestre, cae con la aceleración de gravedad, es la fuerza peso ***P*** la que le imprime al cuerpo una aceleración ***g***, entonces de la Segunda Ley de Newton, el peso es:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow$$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Si se quiere evitar que un cuerpo caiga, se debe ejercer una fuerza igual y contraria al peso, para que la fuerza neta sea cero. De aquí se obtiene que la magnitud de la fuerza peso es $P = mg$.

Como $\boldsymbol{g}$ es la misma para dos cuerpos, la relación de los pesos es igual a la relación de las masas de los cuerpos, o sea:

$$g = \frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_2}$$

El peso depende de $\boldsymbol{g}$, varía con la ubicación geográfica y disminuye con la altura, por lo tanto no es una propiedad del cuerpo y no se debe confundir con la masa. Una balanza que es un instrumento para comparar fuerzas, se usa en la práctica para comparar masas. Generalmente se dice que un 'kilo' de azúcar 'pesa' *1 kg*, aunque el kilogramo es una unidad de masa, no de fuerza.

4.6 TERCERA LEY DE NEWTON.

Cada vez que un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, este reacciona ejerciendo una fuerza sobre el primero. Las fuerzas en cada cuerpo son de igual magnitud, y actúan en la misma línea de acción, pero son de sentido contrario, como se ve en la figura 4.2. Esto significa que no es posible que exista una fuerza aislada, es decir, no existe un cuerpo aislado en la naturaleza, cualquier fuerza individual es un aspecto de una interacción mutua entre dos cuerpos, que puede ser por contacto directo o por acción a distancia.

Esta propiedad de las fuerzas fue demostrada experimentalmente y expresada por Newton en su Tercera Ley de Movimiento, que se enuncia como sigue:

"Si dos cuerpos interactúan, la fuerza que el cuerpo 1 ejerce sobre el cuerpo 2 es igual y opuesta a la fuerza que el cuerpo 2 ejerce sobre el cuerpo 1".

Escrita en términos de una ecuación se puede escribir:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \qquad (4.3)$$

donde $\mathbf{F_{12}}$ **(**$\mathbf{F_{21}}$**)** es la fuerza que ejerce el cuerpo de masa m_1 (m_2) sobre el cuerpo de masa m_2 (m_1). Si una de las fuerzas que intervienen en la interacción entre dos cuerpos se llama ***acción***, la otra recibe el nombre de ***reacción***, por esto la Tercera Ley de Newton se conoce también con el nombre ***Ley de Acción y Reacción***.

Las fuerzas de acción y reacción actúan siempre en pareja y sobre cuerpos diferentes. Si actuaran sobre el mismo cuerpo no existiría el movimiento acelerado, porque la resultante siempre sería cero. Entonces, para que una pareja de fuerzas se consideren como fuerzas de acción y reacción, deben cumplir los siguientes requisitos simultáneamente: deben tener igual magnitud, la misma dirección, sentido opuesto, actuar en cuerpos diferentes y actuar en parejas.

De las tres leyes de Newton, sólo la segunda y la tercera son independientes, ya que la primera es una consecuencia de la segunda, cuando la velocidad es constante o la aceleración es cero.

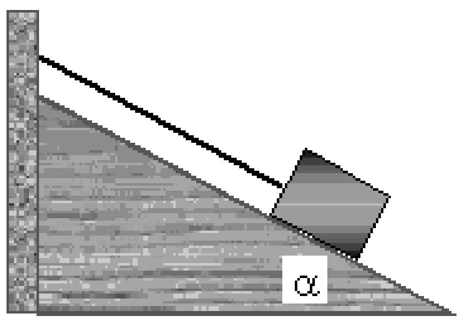
Al aplicar las leyes de Newton se deben identificar todas las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo y dibujar un diagrama de cuerpo libre. Un ***diagrama de cuerpo libre*** es un esquema donde se muestra el cuerpo aislado o un punto que lo representa, en el que se dibujan todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo. Sobre este esquema se elige un sistema de referencia conveniente para aplicar las leyes de Newton. Cuando se considera un sistema mecánico con varios cuerpos, se debe hacer el diagrama de cuerpo libre y aplicar las leyes de Newton para cada componente del sistema. La fuerza que produce una superficie sobre un cuerpo que se encuentra apoyado en la superficie se llama fuerza ***normal N***, las fuerzas que ejercen cuerdas y cables sobre un cuerpo se llaman fuerza de ***tensión T***. A menos que se diga lo contrario, las cuerdas y poleas que formen parte de un sistema mecánico se considerarán de masa despreciable comparada con la masa de los cuerpos en estudio y las cuerdas y cables se considerarán inextensibles, esto significa que sirven sólo para cambiar la dirección de la tensión cuando pasan por una polea; se dice que son ideales.

Ejemplo 4.1. *Un bloque de 50N de peso se ubica sobre un plano inclinado en un ángulo α de 30º con la horizontal. El bloque se sujeta con una cuerda ideal que se encuentra fija en la parte superior del plano inclinado, como se muestra en la figura 4.3a. Calcular la tensión de la cuerda y la fuerza normal.*

Solución: Se identifican las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, estas son:

Fuerza de atracción de la Tierra, que es su peso ***P***
Fuerza de la cuerda que lo sostiene, que es la tensión ***T***
Fuerza que el plano ejerce sobre el cuerpo, que es la normal ***N***

El diagrama de cuerpo libre (DCL) del bloque se muestra en la figura 4.3b.



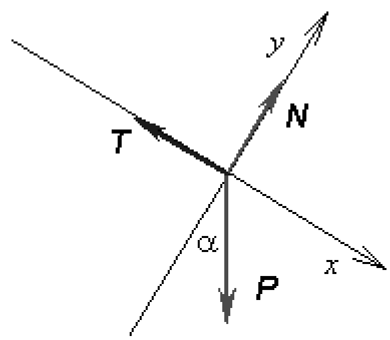


Figura 4.3. Ejemplo 1, a) izquierda, b) derecha.

Como el sistema está en equilibrio, se aplica la primera Ley de Newton en cada dirección *x* e *y*:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

Del diagrama de cuerpo libre se obtiene:

eje x: $-T + P\, sen\alpha = 0$

eje y: $N - P \cos\alpha = 0$

Despejando *T* y *N*, y reemplazando los valores numéricos, se obtiene:

$T = P\ sen\alpha = 50\ sen\ 30 = 25\ N$

$N = P\ cos\alpha = 50\ cos\ 30 = 43.2\ N$

Ejemplo 4.2. *El sistema de la figura 4.4a se encuentra en equilibrio. Los cables forman ángulos de 30º y 60º con la horizontal y el bloque pesa 100 N. Calcular la tensión en los cables.*

Solución: Se hace un diagrama de cuerpo libre para el bloque (figura 4.4b) y en el nudo de unión de las cuerdas (figura 4.4c).

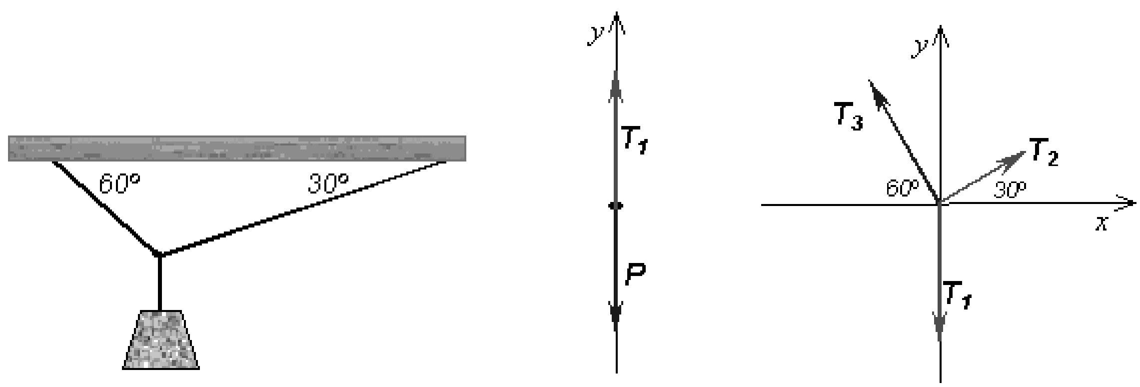


Figura 4.4 Ejemplo 2 a) izquierda, b) centro, c) derecha.

Como el sistema está en equilibrio, se aplica la primera Ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

Del DCL del bloque y en el nudo se obtienen las ecuaciones:

bloque: *eje y:* $T_1 - P = 0$ *(1)*

nudo: *eje x:* $-T_3 \cos 60 + T_2 \cos 30 = 0$ *(2)*

eje y: $T_3\ sen60 + T_2\ sen30 - T_1 = 0$ *(3)*

De la ecuación (1) se obtiene: $T_1 = P \Rightarrow T_1 = 100\ N$

De la ecuación (2):

$$T_3 \cos 60 = T_2 \cos 30 \qquad \Rightarrow \qquad T_3 = T_2 \frac{\cos 30}{\cos 60}$$

Reemplazando en las ecuación (3):

$$T_2 \frac{\cos 30}{\cos 60} sen 60 + T_2 sen 30 = 100$$

$$T_2 (\cos 30 \tan 60 + sen 30) = 100 \Rightarrow \qquad 2T_2 = 100 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 50\ N$$

Finalmente:

$$T_3 = 50 \frac{\cos 30}{\cos 60} \qquad \Rightarrow \qquad T_3 = 86.6\ N$$

Ejemplo 4.3. *Si un bloque de masa m se ubica sobre un plano sin roce, inclinado un ángulo α con la horizontal, como se muestra en la figura 4.5a, partiendo del reposo, resbalará una distancia D a lo largo del plano. Describir su movimiento.*

Solución: como el sistema está en movimiento, se aplica la segunda Ley de Newton, en componentes:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \ \sum F_y = ma_y$$

Las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo de masa *m* son la fuerza de atracción de la Tierra, que es su peso ***P*** y la fuerza normal ***N*** del plano sobre el cuerpo.

Del diagrama de cuerpo libre (figura 4.5b), considerando que el bloque resbala en dirección del plano, o sea en dirección *x*, tiene sólo a_x y no a_y, se obtiene:

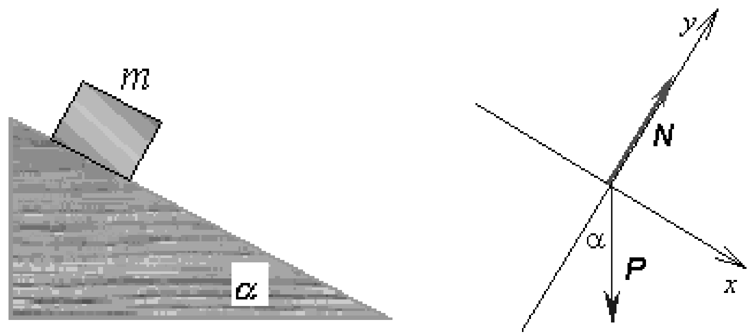


Figura 4.5. Ejemplo 3: a) izquierda, b) derecha.

$$\text{eje x: } P\ sen\alpha = ma_x \qquad (1)$$

$$\text{eje y: } N - P\cos\alpha = ma_y = 0 \qquad (2)$$

Despejando a_x de (1) y N de (2), considerando que $P = mg$, se obtiene:

$$a_x = g\ sen\alpha$$

$$N = mg\cos\alpha$$

Se concluye que la aceleración del bloque en dirección del plano inclinado es la componente de g en esa dirección. Estudiando ahora el movimiento del bloque, considerando que parte del reposo y se desliza una distancia D, se puede calcular la rapidez con que llega a la base del plano. Si se considera que el movimiento del bloque comienza desde el reposo, se puede usar:

$$v^2 = v_o^2 + 2a_x\,\Delta x$$

$$v^2 = 0 + 2\,(g\ sen\alpha)D \quad \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2gDsen\alpha}$$

ecuación válida solo para este caso particular. Esto completa la descripción del movimiento del bloque sobre el plano inclinado.

Ejemplo 4.4. *En el sistema mecánico de la figura 4.6a, el bloque de masa M se ubica sobre el plano liso inclinado en un ángulo α. La polea por donde cuelga otro bloque de masa m conectado a M es ideal y la cuerda se considera inextensible y de masa despreciable. Calcular la aceleración de las masas M y m y la tensión de la cuerda.*

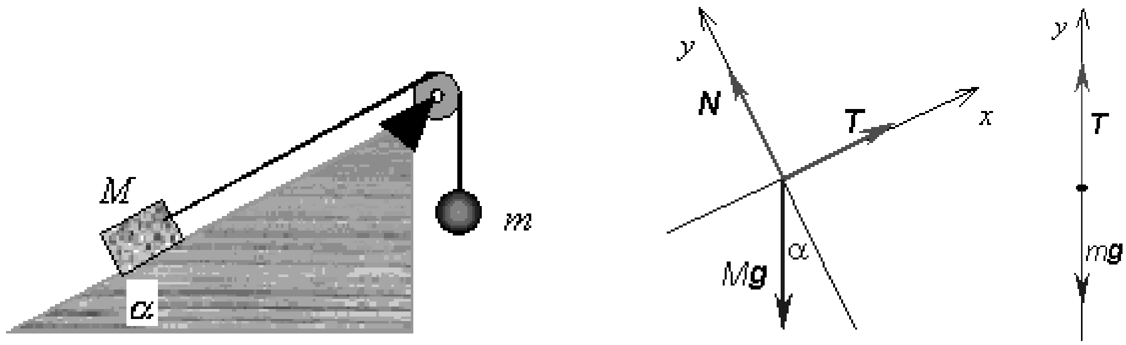


Figura 4.6 Ejemplo 4: a) izquierda, b) centro, c) derecha.

Solución: El sistema está en movimiento, por lo que se aplica la segunda Ley de Newton a cada masa:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \; \sum F_y = ma_y$$

Como no se conoce la dirección del movimiento, podemos suponer que el cuerpo de masa *M* sube por el plano inclinado, lo que determina el sentido de la aceleración del sistema, entonces del DCL para *M* (figura 4.6b) y para *m* (figura 4.6c), se obtiene:

Para *M*

eje x: $T - Mg\,\text{sen}\alpha = Ma$ *(1)*

eje y: $N - Mg\cos\alpha = 0$ *(2)*

Para *m*

eje y: $T - mg = -ma$ *(3)*

De (3) se despeja *T* y se reemplaza en (1):

$$T = mg - ma \qquad \Rightarrow \qquad mg - ma - Mg\, sen\alpha = Ma$$

$$Ma + ma = g(m - M\, sen\alpha) \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{m - Msen\alpha}{m + M}\, g$$

Se observa que el signo de a depende del término m - $M\ sen\alpha$. Ahora se calcula el valor de la tensión reemplazando el valor de a en T:

$$T = mg - m\left(\frac{m - Msen\alpha}{m + M}\, g \right)$$

$$T = \frac{mM}{m + M}\, g(1 + sen\alpha)$$

4.7 FUERZA DE ROCE.

Cuando un cuerpo es arrojado sobre una superficie común o cuando un objeto se mueve a través de un medio viscoso como agua o aire, después de cierto tiempo se detiene, porque experimenta una resistencia a su movimiento debido a la interacción del cuerpo con el medio que lo rodea. Esa resistencia cambia la velocidad del cuerpo, por lo tanto se mide con una fuerza. Una fuerza de resistencia de esa naturaleza se llama ***fuerza de roce o de fricción***. Son muy importantes en la vida cotidiana, ya que por ejemplo nos permiten caminar y son necesarias para que se realice el movimiento de vehículos.

La fuerza de roce es paralela a la superficie en el punto de contacto entre dos cuerpos y tiene dirección opuesta al movimiento, nunca ayudan al movimiento. Las evidencias experimentales indican que esta fuerza se produce por la irregularidad de las superficies, de modo que el contacto se realiza sólo en unos cuantos puntos, como se ve en una vista amplificada de las superficies que se muestra en la figura 4.7. La fuerza de roce a escala microscópica es más compleja de lo que aquí se presenta, ya que corresponde a fuerzas electrostáticas entre átomos o moléculas en los puntos donde las superficies están en contacto.

Si se tiene un bloque en reposo sobre una mesa horizontal y se aplica una pequeña fuerza ***F*** (figura 4.8), que se puede medir con un dinamómetro, el cuerpo no se moverá. En esta situación la fuerza de roce equilibra la fuerza aplicada (figura 4.8a). La fuerza de roce que actúa sobre los cuerpos en reposo se llama fuerza de roce estático, $\boldsymbol{F_E}$. La máxima fuerza de roce estática es igual a la mínima fuerza necesaria para iniciar el movimiento.

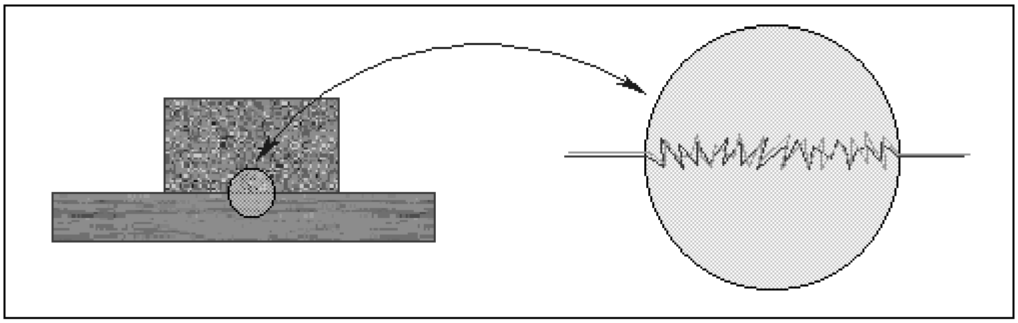


Figura 4.7 La irregularidad de la superficie produce la fuerza de roce.

Si aumenta la fuerza aplicada ***F*** (figura 4.8b) hasta que el bloque se mueve, entonces aumenta la fuerza de roce. Cuando el bloque está apunto de moverse, la fuerza de roce estático es máxima. Al aumentar la fuerza aplicada a un valor mayor que $\boldsymbol{F_{Emax}}$, entonces comienza el movimiento y el bloque acelera hacia la derecha. Cuando el bloque está en movimiento, la fuerza de roce se hace menor que la $\boldsymbol{F_{Emax}}$, en este caso se llama fuerza de roce cinética $\boldsymbol{F_C}$. La fuerza aplicada no equilibrada con la $\boldsymbol{F_C}$ produce la aceleración del cuerpo (figura 4.4b). Si la fuerza aplicada es igual a la $\boldsymbol{F_C}$ el bloque se mueve con velocidad constante. Si deja de actuar la fuerza aplicada, entonces la fuerza de roce, que continua actuando, se opone al movimiento hasta detener al bloque.

Experimentalmente se encuentra que para dos tipos de superficies dadas, las fuerzas de roce estática y cinética son aproximadamente independientes del tamaño del área de las superficies en contacto y son proporcionales a la fuerza normal ***N***.

La ***fuerza de roce estático***, $\boldsymbol{F_E}$, es opuesta a la fuerza aplicada y la constante de proporcionalidad con la normal se llama coeficiente de roce estático, μ_E, entonces la magnitud de la fuerza de roce estático es:

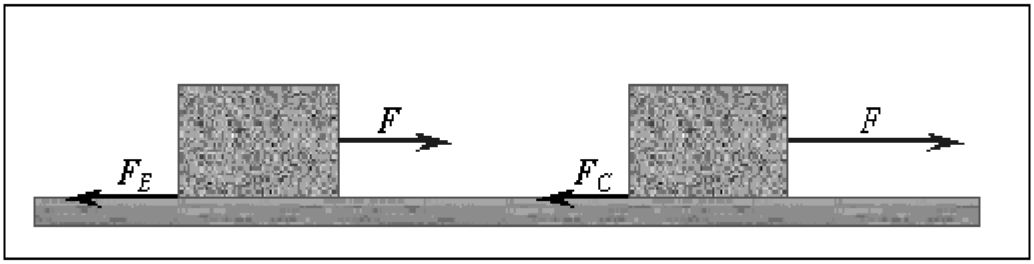


Figura 4.8 a) izquierda, b) derecha.

$$F_E \leq \mu_E N$$

Cuando el bloque está apunto de moverse, la fuerza de roce estático es máxima, $\boldsymbol{F_{Emáx}}$, lo mismo que el coeficiente de roce es máximo, $\mu_{Emáx}$, entonces:

$$F_{Emáx} = \mu_{E\,max} N$$

La ***fuerza de roce cinético*** es opuesta al movimiento, es aproximadamente independiente de la velocidad con que se mueven las superficies, para velocidades 'pequeñas', si la velocidad aumenta hasta valores muy altos, comienza a sentirse el efecto de la fricción con el medio donde se mueve el cuerpo. La constante de proporcionalidad con la normal se llama coeficiente de roce cinético, μ_C, entonces la magnitud de la fuerza de roce cinético es:

$$F_C = \mu_C N$$

Las expresiones de $\boldsymbol{F_C}$ y $\boldsymbol{F_E}$ son empíricas, no representan leyes físicas fundamentales.

Los coeficientes de roce estático μ_E y cinético μ_C son constantes adimensionales. Sus valores dependen de la naturaleza de las superficies en contacto y en general para un par de superficies dadas $\mu_{Emáx} > \mu_C$. Algunos valores de los coeficientes de roce se dan en la tabla 4.1.

El gráfico de la magnitud de la fuerza aplicada F versus la fuerza de roce se muestra en la figura 4.9. Cuando el cuerpo no está en movimiento, la fuerza de roce estático se equilibra con la fuerza aplicada, hasta que el bloque esta a punto de moverse, donde la fuerza $\boldsymbol{F_E}$ alcanza su valor máximo. Luego que comienza el movimiento del bloque, surge la fuerza de roce cinético $\boldsymbol{F_C}$, que disminuye rápidamente a un valor constante menor que la fuerza de roce estático máxima $\boldsymbol{F_{Emáx}}$, independientemente del valor de la fuerza aplicada.

Tabla 4.1 Algunos valores de coeficientes de roce.

Superficies	μ_E	μ_C
Madera- madera	0.25-0.5	0.2
Acero- acero	0.74	0.57
Vidrio- vidrio	0.94	0.40
Caucho- concreto	0.15	0.06
Cobre- vidrio	0.68	0.53
Hielo- hielo	0.1	0.03
Articulaciones humanas	0.01	0.003

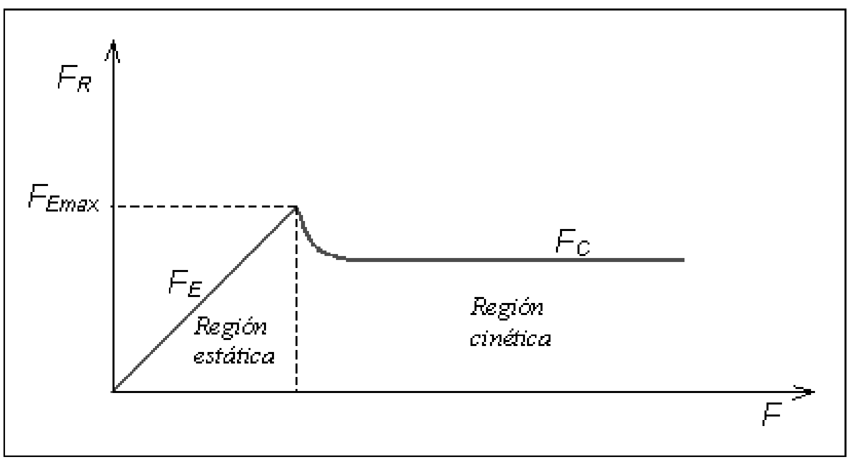


Figura 4.9. Gráfico de la fuerza de roce.

***Ejemplo 4.5**. En el sistema mecánico de la figura 4.10a, se aplica una fuerza **F** inclinada un ángulo α sobre el cuerpo de masa m, ubicado sobre la mesa horizontal con coeficiente de roce μ. La polea por donde cuelga otro bloque de masa M no tiene roce y la cuerda se considera inextensible y de masa despreciable. Calcular la aceleración de las masas y la tensión de la cuerda.*

Solución: El sistema está en movimiento, por lo que se aplica la segunda Ley de Newton a cada masa:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \ \sum F_y = ma_y$$

Como no se conoce la dirección del movimiento, podemos suponer que el cuerpo de masa *M* desciende y tira a *m* hacia la derecha, lo que determina el sentido de la aceleración del sistema, entonces del DCL para *m* (figura 4.10b) y para *M* (figura 4.10c), en cada dirección *x* e *y*, se obtiene:

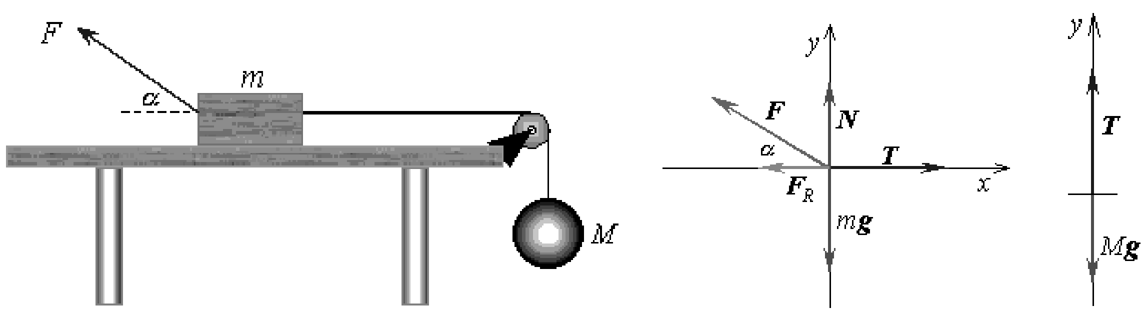


Figura 4.10. Ejemplo 5. a) izquierda, b) centro, c) derecha.

Para *m* | Para *M*

eje x: $T - F\cos\alpha - F_R = ma$ (1) | *eje y:* $T - Mg = -Ma$ (3)

eje y: $N + F\text{sen}\alpha - mg = 0$ (2)

Además se sabe que por definición, la fuerza de roce es: $F_R = \mu N$.

De (2) se despeja N y se reemplaza en F_R:

$$N = mg - F\text{sen}\alpha \quad \Rightarrow \quad F_R = \mu(mg - F\text{sen}\alpha) \qquad (4)$$

De (3) se despeja T: $T = Mg - Ma$ (5)

Ahora (4) y (5) se reemplazan en (1), lo que permite despejar la aceleración

$$Mg - Ma - F\cos\alpha - \mu(mg - F\,sen\alpha) = ma \Rightarrow$$

$$a = \frac{(M - \mu m)g - F(\cos\alpha - \mu\, sen\alpha)}{M + m}$$

y la tensión T

$$T = Mg - M\,\frac{(M - \mu m)g - F(\cos\alpha - \mu\, sen\alpha)}{M + m}$$

4.8 FUERZA CENTRÍPETA.

Una partícula que se mueve sobre una trayectoria circular de radio R con rapidez constante, se encuentra sometida a una aceleración radial de magnitud v^2/R. Por la segunda ley de Newton, sobre la partícula actúa una fuerza en la dirección de ***a***, hacia el centro de la circunferencia, cuya magnitud es:

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{R}$$

Por ser proporcional a la aceleración centrípeta, la fuerza F_c se llama ***fuerza centrípeta***. Su efecto es cambiar la dirección de la velocidad de un cuerpo. Se puede sentir esta fuerza cuando se hace girar a un objeto atado a una cuerda, ya que se nota el tirón del objeto. Las fuerzas centrípetas no son diferentes de otras fuerzas ya conocidas, su nombre se debe a que apunta hacia el centro de una trayectoria circunferencial. Cualquiera de las fuerzas ya conocida pueden actuar como fuerza centrípeta si producen el efecto correspondiente, como ser la tensión de una cuerda, una fuerza de roce, alguna componente de la normal, la fuerza gravitacional en el caso de movimientos de planetas y satélites, etc.

Ejemplo 4.6. *Un cuerpo de masa m, sujeto al extremo de una cuerda de longitud L, que describe una trayectoria circular en el plano horizontal, genera una superficie cónica (figura 4.11a), por lo que se llama péndulo cónico. Calcular la rapidez y el período de revolución de la masa*.

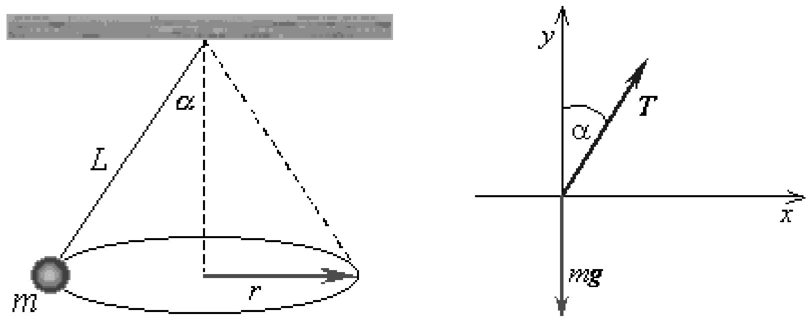


Figura 4.11 Ejemplo 6. a) izquierda, b) derecha.

Solución: La partícula está sometida a una aceleración centrípeta, y la *fuerza centrípeta* correspondiente está dada por la componente de la tensión de la cuerda en dirección radial hacia el centro de la circunferencia. De la segunda Ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x , \quad \sum F_y = ma_y$$

aplicada al DCL de *m* que se muestra en la figura 4.11b), se tiene:

eje x: $T\, sen\alpha = ma = m\, v^2/r$

eje y: $T\cos\alpha - mg = 0$

Despejando *T* de la ecuación del eje *y* y reemplazando en la ecuación del eje *x*,

$$\frac{mg}{\cos\alpha} sen\alpha = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow$$

$$\tan\alpha = \frac{v^2}{rg}$$

De la geometría de la figura, $r = L\, sen\alpha$, reemplazando se puede despejar la rapidez de *m*:

$$v^2 = gLsen\alpha(tan\alpha) \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{gLsen\alpha(tan\alpha)}$$

Para calcular el periodo τ, esto es el tiempo que demora en dar una vuelta, se sabe que $\Delta x = v\Delta t$, con $\Delta x = 2\pi r$, entonces:

$$\Delta t = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi Lsen\alpha}{\sqrt{Lgsen\alpha(\tan\alpha)}} \Rightarrow$$

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\alpha}{g}}$$

Se puede observar que el periodo es independiente del valor de la masa *m* del péndulo.

4.8.1 La descripción del peralte.

Para un cuerpo como un vehículo o un vagón de tren que se mueven describiendo una trayectoria curva de radio *r*, sobre el vehículo debe actuar una *fuerza centrípeta* para evitar que continúe moviéndose en línea recta y se salga de la pista; esta es la fuerza para hacer que el vehículo gire por la pista curva. La fuerza centrípeta necesaria la da el roce de los neumáticos o las pestañas de las ruedas del tren. Para no tener que confiar en el roce o reducir el desgaste de los rieles y pestañas, la carretera o la vía pueden inclinarse, como en la figura 4.12a. A la inclinación de la pista o vía se le llama ángulo de ***peralte,*** α. En este caso la componente de la normal dirigida hacia el centro de curvatura proporciona la fuerza necesaria para mantener al móvil en la pista.

Para una pista curva de radio *r*, con ángulo de peralte α, para la que se considera la fuerza de roce F_R, la fuerza centrípeta corresponde a las componentes de la normal y de la fuerza de roce hacia el centro de curvatura de la pista. Son estas componentes las que producen la aceleración centrípeta que mantiene al vehículo de masa *m* sobre la pista. Del diagrama de cuerpo libre de la figura

4.12b, se puede calcular la fuerza de roce necesaria para que el vehículo no se salga de la pista, por la segunda ley de Newton, se obtiene:

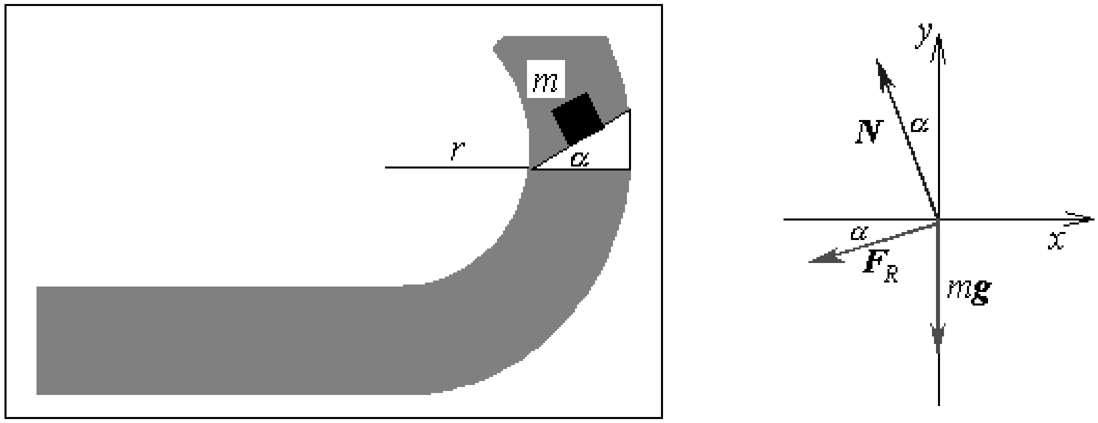


Figura 4.12 a) Angulo de peralte en una pista curva (izquierda), b) DCL de *m* (izquierda).

$$eje\ x: -Nsen\alpha - F_R\cos\alpha = -m\frac{v^2}{r}$$
$$eje\ y: N\cos\alpha - F_R sen\alpha - mg = 0$$

Multiplicando por cosα la ecuación en *x* y por senα la ecuación en *y*, y sumándolas, se obtiene:

$$F_R = m\left(\frac{v^2}{r}\cos\alpha - g sen\alpha\right)$$

Casos particulares.

a) Si no se considera el roce, la $F_R = 0$ y la ecuación anterior se reduce a:

$$\frac{v^2}{r}\cos\alpha - g sen\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{v^2}{rg}$$

Se observa que el ángulo de peralte α depende de la rapidez y del radio de la trayectoria curva y es independiente de la masa del vehículo. Para un cierto valor del radio, no existe un ángulo que satisfaga la ecuación para todas las rapideces, por lo tanto las curvas se peraltan para una rapidez media. Por ejemplo, si *v = 72 km/hr = 20 m/s,* y *r = 100 m,* se obtiene:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{20^2}{100 \times 9.8}\right) = 22.2^{\circ}$$

b) Para el caso en que la curva o vía no tiene peralte, $\alpha = 0$, la expresión para F_R se reduce a:

$$F_R = m\frac{v^2}{r}$$

La rapidez máxima que puede tener el móvil al girar sobre una carretera o vía sin peralte, corresponde a aquella en la cual está a punto de resbalar hacia afuera, en este caso debe actuar la $F_{Rmáx}$ para obtener la rapidez máxima, que no se debe superar para que el vehículo no se salga de la pista:

$$F_{R\max} = \mu_{E\max} N = \mu_{E\max} mg \Rightarrow$$

$$\mu_{E\max} mg = m\frac{v^2{}_{\max}}{r} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\mu_{E\max} rg}$$

Este tratamiento completa una descripción básica para entender como se deben inclinar las vías de trenes o carreteras en las curvas, para que los vehículos al entrar en las curvas no se salgan de su pista para evitar accidentes.

4.9 BREVE DESCRIPCIÓN DE APLICACIONES DE ALGUNAS FUERZAS EN LA MEDICINA.

4.9.1 Fuerza peso.

La fuerza de gravedad que ejerce la Tierra sobre los objetos cerca de su superficie se conoce como el *peso* del cuerpo. Esta fuerza es la que hace que todos los cuerpos en caída libre caigan con *g*. La fuerza de gravedad sobre un cuerpo extenso, requiere una especial consideración, porque actúa sobre cada partícula del objeto, la suma de todas estas fuerzas representa el *peso del cuerpo*. El punto donde se considera que actúa esta fuerza total de gravedad se denomina centro de gravedad del cuerpo (c.g.) Si el cuerpo es simétrico, el centro de gravedad se ubica en el centro geométrico, y puede estar localizado dentro o fuera del cuerpo. Si el objeto es asimétrico tal como el brazo de una persona, que se muestra en la figura 4.13, el c.g. se ubicará más cerca de su parte más masiva y si además el objeto es flexible, como el cuerpo humano, la posición del centro de gravedad varía si el objeto cambia de forma, por ejemplo el c.g. estando parado es diferente que estando inclinado, en el primer caso se ubica cerca del ombligo (dentro del cuerpo) y en el segundo caso incluso puede estar fuera del cuerpo.

4.9.2 Fuerza muscular.

La postura y el movimiento de los animales están controlados por fuerzas producidas por los músculos. Un músculo consta de un gran número de fibras cuyas células son capaces de contraerse al ser estimuladas por impulsos que llegan a ellas procedentes de los nervios. Un músculo está generalmente unido en sus extremos a dos huesos diferentes por medio de tendones (figura 4.13). Los dos huesos están enlazados por una conexión flexible llamada articulación. La contracción del músculo produce dos pares de fuerzas que actúan sobre los huesos y los músculos en el punto donde están ligados los tendones. La fuerza máxima que puede ejercer un músculo depende del área de su sección transversal, y en el hombre es de unos 30 a 40 N/cm^2. Esto es, para producir una fuerza muscular de 600N se necesita un músculo con una sección transversal 15 a 20 cm^2. El estudio del funcionamiento de las fuerzas musculares para producir movimiento y equilibrio en el hombre recibe el nombre de Kinesiología o biomecánica. Es de particular importancia para atletas y terapeutas físicos, quienes necesitan saber qué fuerzas se requieren para producir movimientos específicos del cuerpo.

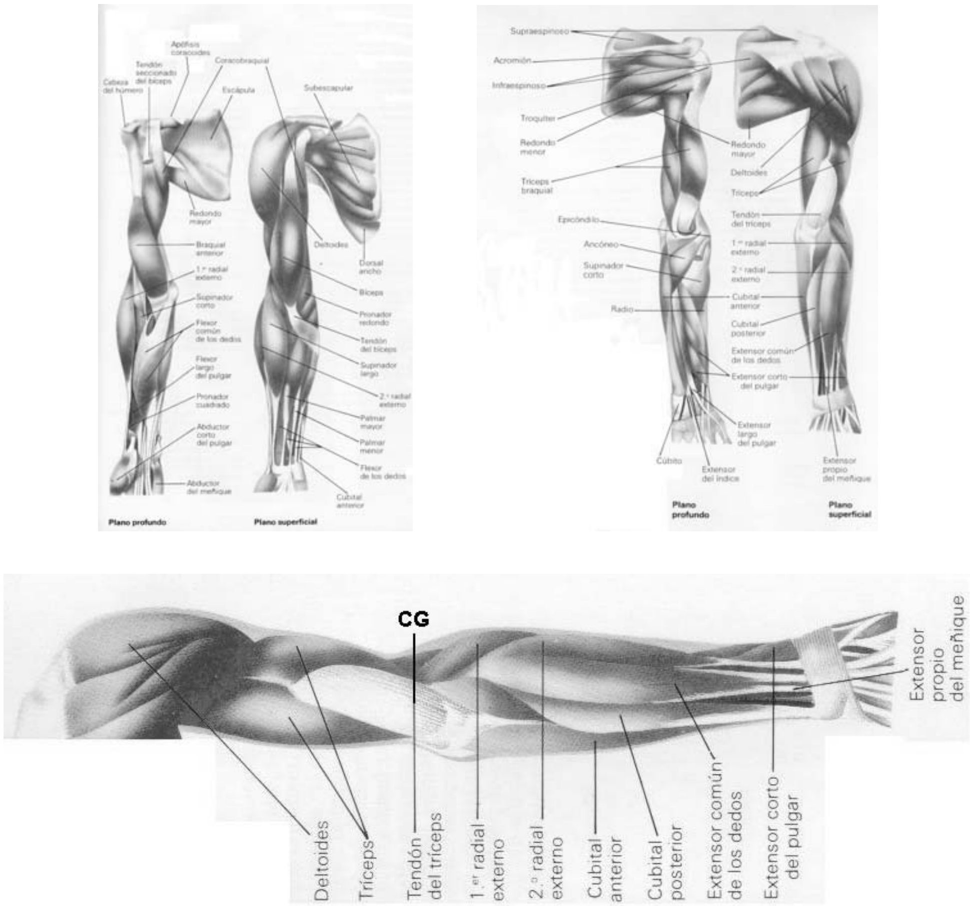


Figura 4.13 Músculos del brazo y ubicación del centro de gravedad.

4.9.3 Fuerza de roce.

Si un objeto se mueve dentro de un fluido la fuerza de roce se denomina fuerza de roce viscoso, y su valor es pequeño si se compara con el roce entre superficies sólidas. Por lo tanto el uso de líquidos lubricantes como el aceite, que se interpone entre las superficies en contacto, disminuye bastante el roce. Análogamente, una capa de aire suministra un soporte casi sin roce para los vehículos aerodeslizantes o para mesas experimentales de aire.

Al caminar o correr, no advertimos roce en las rodillas ni en las articulaciones de las piernas. Estas y muchas otras articulaciones se encuentran bien lubricadas mediante el ***líquido sinovial***, que pasa a través del cartílago que las reviste cuando ellas se mueven (figura 4.14). Este lubricante tiende a ser absorbido, cuando la articulación está en reposo, aumentando entonces el rozamiento y facilitando el mantener una posición fija. Esto constituye un excelente ejemplo de la sabia ingeniería biológica empleada por la naturaleza. El roce, por un lado limita la eficiencia de máquinas y motores, pero por otro lado, hacemos uso del roce en un gran número de situaciones, como en el frenar de automóviles, las correas transportadoras, al escribir, caminar…etc.

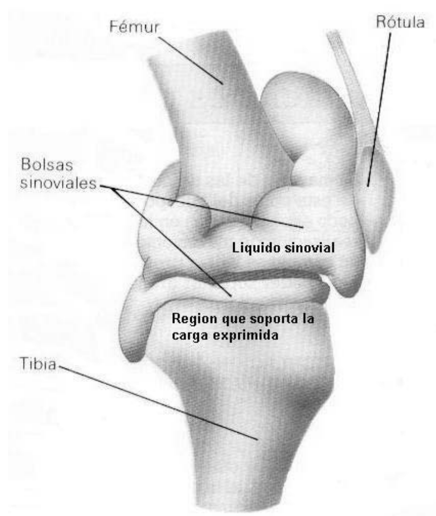


Figura 4.14 Lubricación de articulaciones por el líquido sinovial.

Ejemplo 4.7. La figura 4.15 muestra la forma del tendón del cuadriceps al pasar por la rótula. Si la tensión T del tendón es 1400 N. Calcular la a) la magnitud y b) la dirección de la fuerza de contacto F ejercida por el fémur sobre la rótula.

Solución. El diagrama de fuerzas correspondiente a la rótula, se muestra en la misma figura 4.15. Como el sistema está en equilibrio, se aplica la primera ley de Newton, que en componentes se escribe de la siguiente forma:

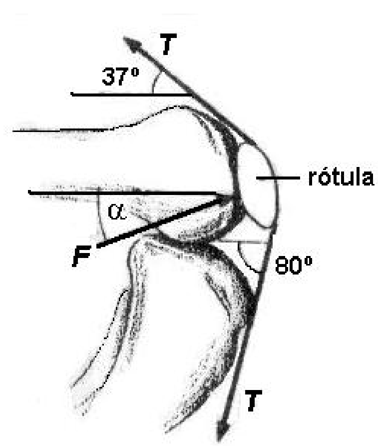


Figura 4.15 Ejemplo 7.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F\cos\alpha - T\cos 37^\circ - T\cos 80^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow Fsen\alpha + Tsen37^\circ - Tsen80^\circ = 0$$

Reemplazando los valores de la fuerza T se tiene:

$$F\cos\alpha - 1400\cos 37^\circ - 1400\cos 80^\circ = 0$$

$$Fsen\alpha + 1400sen37^\circ - 1400sen80^\circ = 0$$

De la primera ecuación se obtiene: $F\cos\alpha = 1361.2N$

De la segunda ecuación se obtiene: $Fsen\alpha = 536.2N$

Los valores obtenidos corresponden a las componentes rectangulares de *F*, por lo tanto su magnitud es:

$$F = \sqrt{536.2^2 + 1361.2^2}$$

$$F = 1463N$$

Y su dirección es: $tg\alpha = \dfrac{Fsen\alpha}{F\cos\alpha} = \dfrac{536.2}{1361.2} = 0.39$

$$\alpha = 215^\circ$$

Por lo tanto la fuerza de compresión *F* que ejerce el hueso sobre la rótula tiene un valor de 1463 N y actúa en un ángulo de 21,5º respecto a la horizontal.

PROBLEMAS.

4.1. Este libro de Física, está apoyado en el extremo superior de un resorte vertical, que a su vez esta 'parado' sobre una mesa. Para cada componente del sistema libro-resorte-mesa-tierra: a) dibujar el diagrama de cuerpo libre, b) identificar todos los pares de fuerzas de acción y reacción.

4.2. De acuerdo con la leyenda, un caballo aprendió las leyes de Newton. Cuando se le pidió que tirara una carreta, se negó rotundamente argumentando que si él tiraba la carreta hacia delante, de acuerdo con la tercera ley de Newton habría una fuerza igual hacia atrás. De esta manera, las fuerzas estarían balanceadas y de acuerdo con la segunda ley de Newton, la carreta no aceleraría. Pero como usted es mas diablazo que el caballo, sabe que la carreta se mueve ¿Cómo podría usted razonar con este misterioso caballo, para hacerlo entender?

4.3. Dos alumnos ubicados en los bordes opuestos de un camino recto tiran a un carro por el camino, con fuerzas de *160 N* y *200 N*, que forman un ángulo de 30º y 60º respectivamente, con la dirección del camino. a) Calcular la magnitud de la fuerza resultante y la dirección en la que se moverá el carro. b) Calcular la fuerza necesaria para que el carro se mueva en la dirección del camino. R: a) 256.1N, -21.3º, b) F_2 = 128N.

4.4. Una fuerza dependiente del tiempo, $\boldsymbol{F} = (8i - 4tj)\ N$ (donde *t* está en segundos), se aplica a un objeto de *2 kg* inicialmente en reposo. a) ¿En qué tiempo el objeto se moverá con una velocidad de 15 *m/s*? b) ¿A qué distancia está de su posición inicial cuando su velocidad es 15 *m/s*? c) ¿Cuál es la posición del objeto en este tiempo? R: a) 3s, b) 20.1m, c) 18i-9j m

4.5. Tres fuerzas $\boldsymbol{F}_1 = (-2i + 2j)N$, $\boldsymbol{F}_2 = (5i - 3j)N$, y $\boldsymbol{F}_3 = (-45i)N$ que actúan sobre un objeto le producen una aceleración de valor 3 m/s^2. a) ¿Cuál es la dirección de la aceleración? b) Cuál es la masa del objeto? c) Si el objeto esta inicialmente en reposo, calcular su velocidad después de 10s? R: a) 1.4º, b) 14 kg, c) 30 m/s.

4.6. Calcular la tensión en cada cuerda en los sistemas que se muestran en las figuras 4.13, 4.14 y 4.15. Las masas son de m kg y la inclinación de los planos es α grados. Hacer todas las suposiciones necesarias.

4.7. Una masa de *5kg* cuelga de una cuerda de *1m* de longitud que se encuentra sujeta a un techo. Calcular la fuerza horizontal que aplicada a la masa la desvíe *30 cm* de la vertical y la mantenga en esa posición. R: 15.7 N.

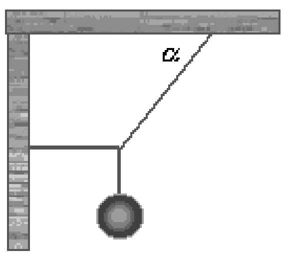


Figura 4.13

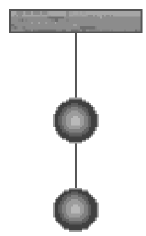


Figura 4.14

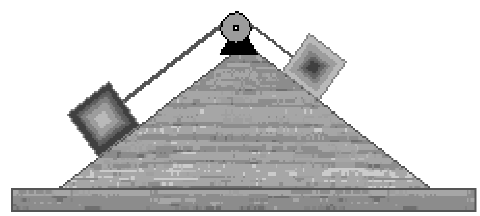


Figura 4.15

4.8. Una araña de 2 x 10^{-4} kg está suspendida de una hebra delgada de telaraña. La tensión máxima que soporta la hebra antes de romperse es 2.1 x 10^{-3} N. Calcular la aceleración máxima con la cual la araña puede subir por la hebra con toda seguridad. R: 0.5m/s^2.

4.9. Una fuerza **F** aplicada sobre una masa m_1 le produce una aceleración de $3m/s^2$. La misma fuerza aplicada a una masa m_2 le produce una aceleración de $1m/s^2$. a) Calcular el valor de la proporción m_1/m_2. b) Si se combinan m_1 y m_2, calcular la aceleración producida por **F.** R: a) 1/3, b) 0.75 m/s^2.

4.10. La velocidad promedio de una molécula de nitrógeno en el aire es cercana a $6.7x10^2 m/s$ y su masa aproximadamente de $4.68x10^{-26} kg$. a) Si se requieren $3x10^{-13} s$ para que una molécula de nitrógeno golpee una pared y rebote con la misma rapidez pero en dirección opuesta, calcular la aceleración promedio de la molécula durante ese intervalo de tiempo. b) Calcular la fuerza promedio que ejerce la molécula sobre la pared. R: a) $4.5x10^{15}$ m/s^2, b) $2.1x10^{-10}$ N.

4.11. Sobre el planeta X un objeto pesa 12 N. En el planeta Y, donde la magnitud de la aceleración de caída libre es 1.6*g*, el objeto pesa 27 N. Calcular: a) la masa del objeto y b) la aceleración de caída libre en el planeta X? R: a) 1.7 kg, b) 7m/s^2.

4.12. Los instrumentos de un globo sonda meteorológico tienen una masa de 1 kg. a) El globo se suelta y ejerce una fuerza hacia arriba de 5 N sobre los instrumentos. ¿Cuál es la aceleración del globo y de los instrumentos? b) Después de que el globo ha acelerado durante 10 segundos, los instrumentos se sueltan. ¿Cuál es velocidad de los instrumentos en el momento en que se sueltan? c) ¿cuál es la fuerza neta que actúa sobre los instrumentos después de que se sueltan? d) ¿En qué momento la dirección de su velocidad comienza a ser hacia abajo?

4.13. Una mano ejerce una fuerza horizontal de *5 N* para mover hacia la derecha a dos bloques en contacto entre sí uno al lado del otro, sobre una superficie horizontal sin roce. El bloque de la izquierda tiene una masa de *2 kg* y el de la derecha de *1 kg*. a) Dibujar el diagrama de cuerpo libre para cada bloque. Calcular: b) la aceleración del sistema, c) la aceleración y fuerza sobre el bloque de *1 kg*, d) la fuerza neta actuando sobre cada cuerpo. R: b) 5/3 m/s^2, c) 5/3 m/s^2, 5/3N, d) 5 N.

4.14. Dos bloques de masas *M* y *3M* ubicado a la derecha de *M*, que están sobre una mesa horizontal lisa se unen entre sí con una varilla de alambre horizontal, de masa despreciable. Una fuerza horizontal de magnitud *2Mg* se aplica sobre *M* hacia la izquierda. a) Hacer los diagrama de cuerpo libre. b) Calcular la aceleración del sistema. c) Calcular la tensión del alambre. R: b) 5 m/s^2, c) 15*M* (*N*).

4.15. Dos bloques de 1 y 2 kg, ubicados sobre planos lisos inclinados en 30º, se conectan por una cuerda ligera que pasa por una polea sin roce, como se muestra en la figura 4.15. Calcular: a) la aceleración de cada bloque, b) la tensión en la cuerda.

4.16. Respecto al problema anterior, si la aceleración cuando los planos son rugosos fuera ½ de la calculada en ese problema, calcular: a) el coeficiente de roce, b) la tensión en la cuerda.

4.17. Un trineo de 50 kg de masa se empuja a lo largo de una superficie plana cubierta de nieve. El coeficiente de rozamiento estático es 0.3, y el coeficiente de rozamiento cinético es 0.1. a) ¿Cuál es el peso del trineo? b) ¿Qué fuerza se requiere para que el trineo comience a moverse? c) ¿Qué fuerza se requiere para que el trineo se mueva con velocidad constante? d) Una vez en movimiento, ¿qué fuerza total debe aplicársele al trineo para acelerarlo a $3\ m/s^2$?

4.18. Pepe anda esquiando, cuando en algún momento sube *5 m* deslizándose por la pendiente de un cerrito nevado en sus esquíes, saliendo desde la cima ubicada a *3 m* de altura respecto a la horizontal, con una rapidez de *10 m/s*. El coeficiente de roce entre la nieve y los esquíes es 0.1. a) Calcular la rapidez con la cual el esquiador comienza a subir la pendiente. b) Determine la distancia horizontal que vuela Pepe cuando sale de la punta del cerro. R: a) 13 m/s, b) 12.8 m.

4.19. Dos bloques de masas *1* y *2 kg* (figura 4.16) cuelgan de los extremos de una cuerda ligera y flexible que pasa por una polea sin roce, sujeta al techo; el sistema se llama máquina de Atwood. Si en el instante inicial los cuerpos se encuentran en reposo y a *1* y *2* m respectivamente del suelo, a) dibujar el diagrama de cuerpo libre para cada bloque. b) Escribir las ecuaciones de movimiento para cada cuerpo. c) Determinar la posición y la velocidad de cada cuerpo un segundo después de empezar a moverse. d) Calcular el valor de la tensión de la cuerda cuando el sistema está en movimiento. R: c) 8/3 m; 1/3 m; 10/3 m/s, d) 13.3 N.

4.20. El bloque de masa *m* de la figura 4.17 parte del reposo, deslizándose desde la parte superior del plano inclinado 30º con la horizontal. El coeficiente de roce cinético es 0.3. a) Calcular la aceleración del bloque mientras se mueve sobre el plano. b) Calcular la longitud del plano si el bloque sale con una rapidez de *5 m/s*. c) Si el bloque cae al suelo a una distancia horizontal de *3 m* desde el borde del plano, determine el tiempo total del movimiento. R: a) 2.4 m/s^2, b) 5.2 m, c) 2.8 s.

4.21. En el sistema de la figura 4.18, se aplica una fuerza **F** sobre *m*. El coeficiente de roce es μ entre cada cuerpo y los planos. Deducir la expresión de la magnitud de **F** para que el sistema se mueva: a) con rapidez constante, b) con aceleración constante.
R: b) $Mg(\mu\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha)+\mu mg+a(m+M)$.

4.22. En el sistema de la figura 4.19, la fuerza ***F*** paralela al plano inclinado empuja al bloque de masa m haciéndolo subir sobre el plano, de coeficiente de roce μ. Calcular en función de m, F, g, μ y α, la aceleración del bloque. R: $F/m - g(\mu\cos\alpha + \mathrm{sen}\alpha)$.

4.23. Una fuerza **F** se aplica a un pequeño bloque de masa m para hacerlo moverse a lo largo de la parte superior de un bloque de masa M y largo L. El coeficiente de roce es μ entre los bloques. El bloque M desliza sin roce en la superficie horizontal. Los bloques parten del reposo con el pequeño en un extremo del grande, como se ve en la figura 4.20. a) Calcular la aceleración de cada bloque relativa a la superficie horizontal. b) Calcular el tiempo que el bloque m demora en llegar al otro extremo de M, en función de L y las aceleraciones. R: a) $(F-\mu mg)/m$, $\mu mg/(m+M)$, b) $[2L/(a_1-a_2)]^{1/2}$.

4.24. En el sistema de la figura 4.21, el brazo del péndulo es de longitud ℓ y la cuerda de largo L. a) Calcular la rapidez tangencial para que el sistema gire en torno al eje de rotación que pasa por la barra vertical, de modo que la cuerda que sostiene a la masa m forme un ángulo de 30º con la vertical. b) Calcular la tensión de la cuerda. c) Si el sistema da una vuelta en 30 s, determinar el ángulo que forma la cuerda con la vertical. R: a) $[(l+L\mathrm{sen}\alpha)\, g\tan\alpha]^{1/2}$, b) $mg/\cos\alpha$.

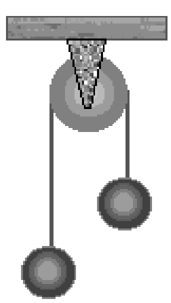


Figura 4.16

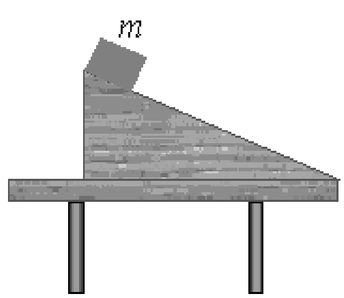


Figura 4.17

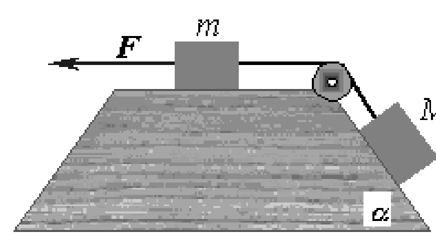


Figura 4.18

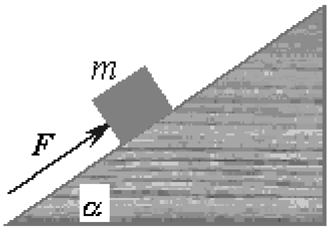


Figura 4.19

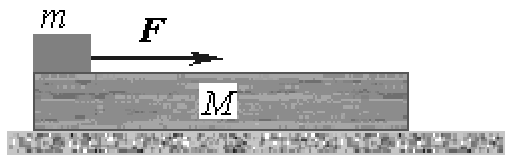


Figura 4.20

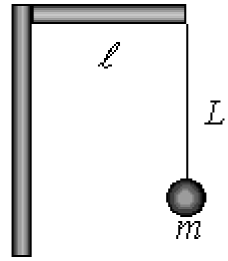


Figura 4.21

4.25. Para que un satélite tenga una órbita circular con rapidez constante, su aceleración centrípeta debe ser inversamente proporcional al cuadrado del radio r de la órbita. a) Demuestre que la rapidez tangencial del satélite es proporcional a $r^{-1/2}$. b) Demuestre que el tiempo necesario para completar una órbita es proporcional a $r^{3/2}$.

4.26. Un bloque de masa M se ubica sobre un pequeño plano inclinado un ángulo α sin roce, que tiene su extremo inferior fijo a un eje vertical que puede girar. En algún momento el eje gira con el plano con rapidez constante. Demostrar que si la masa asciende desde la base del plano, su rapidez cuando ha subido una distancia L es $v = \sqrt{gLsen\alpha}$.

4.27. La masa m_1 sobre una mesa horizontal sin fricción se conecta a la masa m_2 por medio de una polea móvil y una polea fija sin masas (figura 4.22). a) Si a_1 y a_2 son magnitudes de las aceleraciones de m_1 y m_2, respectivamente, determinar una relación entre estas aceleraciones. Determinar expresiones para: b) las tensiones en las cuerdas, y c) las aceleraciones a_1 y a_2 en función de m_1, m_2 y g.

4.28. Calcular la fuerza $\boldsymbol{F}$ que debe aplicarse sobre un bloque A de $20\ kg$ para evitar que el bloque B de $2\ kg$ caiga (figura 4.23). El coeficiente de fricción estático entre los bloques A y B es 0.5, y la superficie horizontal no presenta fricción. R: 480N.

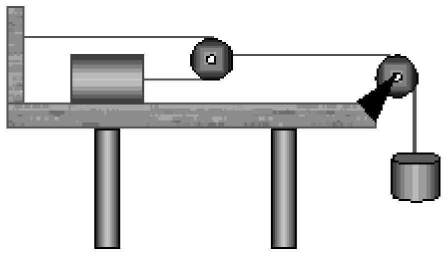


Figura 4.22

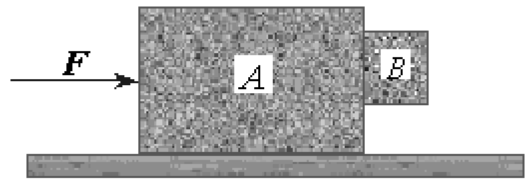


Figura 4.23

4.29. Demuestre que la rapidez máxima que un móvil puede tener en una carretera sin peralte es $v_{max} = \sqrt{\mu R g}$, donde μ es el coeficiente de roce y R el radio de la curva.

4.30. Calcular el ángulo de peralte de una carretera en una curva de radio *150m*, para que un camión de 15 toneladas pueda girar con una rapidez de *70km/hr*, sobre un pavimento cubierto de escarcha. R: 14º.

4.31. La figura 4.24 muestra la cabeza de un paciente en tracción de cuello sobre una plataforma móvil sin roce. Se tienen las siguientes fuerzas: F_a fuerza ejercida por la venda sobre la cabeza, F_c fuerza ejercida por el cuello sobre la cabeza, N fuerza ejercida por la mesa sobre la cabeza, P peso de la cabeza. a) Dibujar el diagrama de fuerzas correspondiente a la cabeza. b) Indicar la reacción a cada una de las fuerzas anteriores. c) ¿Sobre quién actúa la fuerza gravitacional? d) ¿En la base a qué leyes se obtiene el valor de la tensión en las vértebras del cuello? e) ¿Cuál es el valor de la tensión en el cuello?

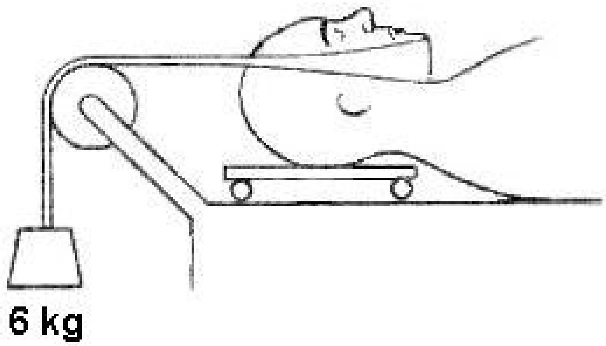


Figura 4.24

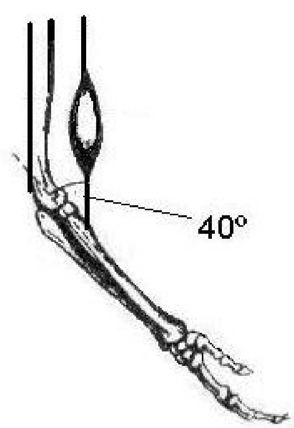


Figura 4.25

4.32. El tendón del bíceps de la figura 4.25 ejerce una fuerza F de 70 N sobre el antebrazo. El brazo aparece doblado, de tal manera que esta fuerza forma un ángulo de 40º con el antebrazo. Hallar las componentes de F: a) Paralela al antebrazo (fuerza estabilizadora), b) Perpendicular al antebrazo (fuerza de sostén).

4.33. Calcular la fuerza total aplicada a la cabeza del paciente por el dispositivo de tracción de la figura 4.26.

4.34. La figura 4.27 representa la cabeza de un niño inclinada sobre un libro. La cabeza pesa 30N y está sostenida por la fuerza muscular ejercida por los extensores del cuello y por la fuerza del contacto $\boldsymbol{F_m}$ ejercida en la articulación atlantooccipital. Dado que el módulo de $\boldsymbol{F_m}$ es 45 N y que está dirigido 35º por debajo de la horizontal, calcular: a) la magnitud y b) la dirección de $\boldsymbol{F_c}$.

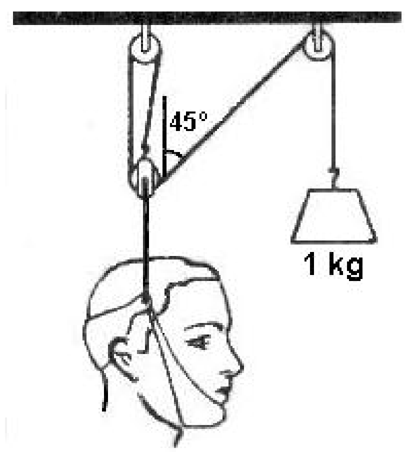


Figura 4.26

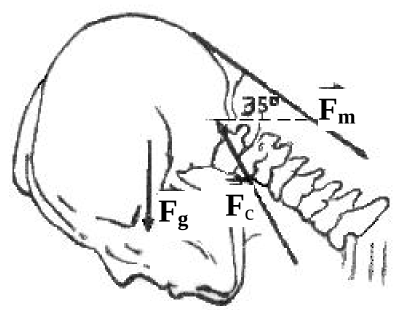


Figura 4.27