CAPITULO 2. MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION.

La cinemática es la rama de la mecánica que estudia la geometría del movimiento. Usa las magnitudes fundamentales longitud, en forma de camino recorrido, de posición y de desplazamiento, con el tiempo como parámetro. La magnitud física masa no interviene en esta descripción. Además surgen como magnitudes físicas derivadas los conceptos de velocidad y aceleración.

Para conocer el movimiento del objeto es necesario hacerlo respecto a un sistema de referencia, donde se ubica un observador en el origen del sistema de referencia, que es quien hace la descripción. Para un objeto que se mueve, se pueden distinguir al menos tres tipos de movimientos diferentes: ***traslación*** a lo largo de alguna dirección variable pero definida, ***rotación*** del cuerpo alrededor de algún eje y ***vibración***. Generalmente el movimiento de traslación en el espacio está acompañado de rotación y de vibración del cuerpo, lo que hace que su descripción sea muy compleja. Por esto, se considera un estudio con simplificaciones y aproximaciones, en el cual se propone un modelo simple para estudiar cada movimiento en forma separada,. La primera aproximación es considerar al cuerpo como una partícula, la segunda es considerar sólo el movimiento de traslación, una tercera aproximación es considerar el movimiento en una sola dirección.

2.1 DEFINICIONES.

Antes de hacer la descripción del movimiento, es necesario definir algunos conceptos y variables físicas que se usarán en este curso.

Cinemática*:* describe el movimiento de los cuerpos en el universo, sin considerar las causas que lo producen.

Movimiento*:* es el cambio continuo de la posición de un objeto en el transcurso del tiempo.

Partícula*:* el concepto intuitivo que tenemos de partícula corresponde al de un objeto muy pequeño que puede tener forma, color, masa, etc., como por ejemplo un grano de arena. El concepto físico abstracto es una idealización de un objeto considerado como un punto matemático sin dimensiones, que tendrá sólo posición, masa y movimiento de traslación. Esto significa que cualquier objeto puede ser considerado como partícula, independiente de su tamaño, considerando su masa concentrada en un punto que lo representa. Ejemplos de objetos que se pueden considerar como una partícula son un átomo, una hormiga, un avión, la Tierra, etc., en este último caso se justifica si se estudia su movimiento de traslación en torno al Sol.

Posición*:* es la ubicación de un objeto (partícula) en el espacio, relativa a un sistema de referencia. Es un vector y se denota por:

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k} \qquad (2.1)$$

donde *x*, *y* y *z* son los valores de la posición en cada dirección, e $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ y $\hat{k}$ son los vectores unitarios en la dirección de cada eje *x*, *y* y *z*, respectivamente. En una dimensión es simplemente $\vec{r} = x\hat{\imath}$. Es una de las variables básicas del movimiento, junto con el tiempo, en el SI se mide en metros. La posición se puede dibujar en un sistema de referencia en una y dos dimensiones como se muestra en la figura 2.1a y 2.1b respectivamente:

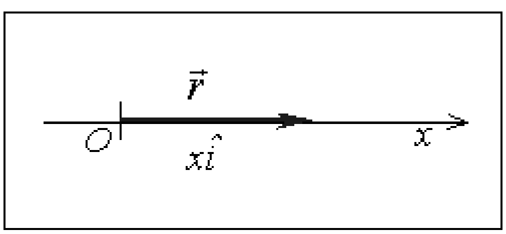

Figura 2.1a: Posición en una dimensión.

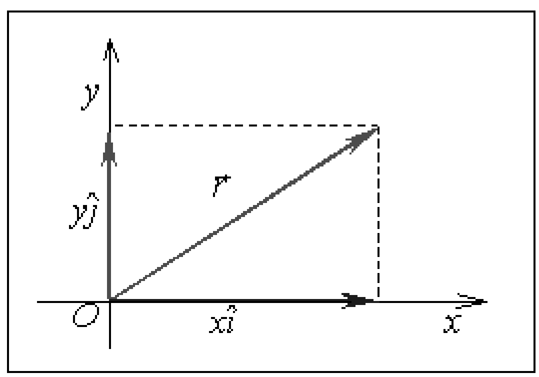

Figura 2.1b: Posición en dos dimensiones.

Desplazamiento*:* el desplazamiento se define como el cambio de posición de una partícula en el espacio (para indicar cambios o diferencias finitas de cualquier variable en física se usa el símbolo delta, Δ). Es independiente de la trayectoria que se siga para cambiar de posición. Para determinarlo se debe conocer la posición inicial $\vec{r}_i$ y final $\vec{r}_f$ de la partícula en movimiento. E1 desplazamiento es un vector, que puede ser positivo, negativo o cero, en el SI se mide en metros; se dibuja en el esquema de la figura 2.2. En una dimensión y en dos dimensiones, el desplazamiento es:

$$\Delta\vec{x} = (x_f - x_i)\hat{\imath} \qquad (2.2)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (x_f\hat{\imath} + y_f\hat{\jmath}) - (x_i\hat{\imath} + y_i\hat{\jmath})$$

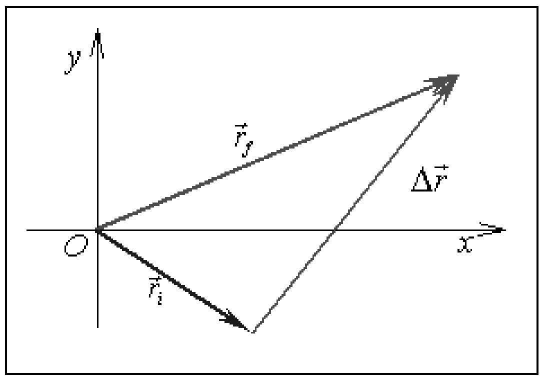

Figura 2.2. Vector desplazamiento en dos dimensiones.

Trayectoria: es la curva geométrica que describe una partícula en movimiento en el espacio, y se representa por una ecuación de la trayectoria. En una dimensión es una recta $y = cte$, paralela al eje x; en dos dimensiones puede ser una parábola $y = a + bx^2$ o una circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$ u otra curva.

Distancia: es la longitud que se ha movido una partícula a lo largo de una trayectoria desde una posición inicial a otra final. Su valor numérico en general no coincide con el valor numérico del desplazamiento, excepto en casos muy particulares.

Tiempo: ¿Qué es el tiempo? No es fácil definir físicamente el concepto de tiempo. Es más simple hablar de intervalo de tiempo, que lo podemos definir como la duración de un evento, o si consideramos la posición y sus cambios, podemos decir que el tiempo es lo que tarda una partícula en moverse desde una posición inicial a otra final.

2.2 VELOCIDAD Y ACELERACION.

Para describir el movimiento debemos definir otras variables cinemáticas, que son la *velocidad* y la *aceleración*.

2.2.1 Velocidad media.

Para una partícula que se mueve en dirección del eje *x*, desde la posición inicial x_i que en un instante inicial t_i se encuentra en el punto *P*, hasta la posición final x_f que en un instante final t_f se encuentra en el punto *Q*, el desplazamiento de la partícula en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$ es $\Delta \vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$. Se elige el sistema de referencia que se muestra en la figura 2.3. Se define la componente *x* de la velocidad media $\vec{v}_{mx}$ de la partícula como el cambio de posición en un intervalo de tiempo por la expresión:

$$\vec{v}_{mx} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i} \qquad (2.3)$$

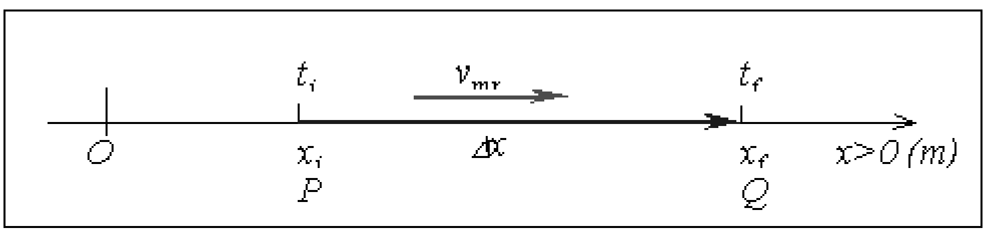

Figura 2.3 Sistema de referencia en una dimensión para definir la velocidad media.

De su definición se obtiene que la unidad de medida de la velocidad media en el SI es el cuociente entre la unidad de medida de longitud y de tiempo, esto es *m/s*, que se lee metros por segundo. La velocidad media es independiente de la trayectoria en el movimiento desde *P* a *Q*, es un vector y puede ser positiva, negativa o cero, según el signo o valor del desplazamiento (ya que $\Delta t > 0$ siempre). En una dimensión, si la posición *x* aumenta con el tiempo ($x_f > x_i$) $\Delta x > 0$, entonces $\vec{v}_{mx} > 0$, y la partícula se mueve en dirección positiva del eje *x*, y viceversa si $\Delta x < 0$.

Una interpretación geométrica de la velocidad media se puede ilustrar en un gráfico *x/t* llamado gráfico ***posición - tiempo***. La recta *PQ* es la hipotenusa del triángulo de lados Δx y Δt, que se muestra en la figura 2.4. La pendiente de la recta *PQ*, que tiene el mismo valor numérico que la $\vec{v}_{mx}$, está dada por la tangente del ángulo α que forma la pendiente con el eje horizontal, cuyo valor es:

$$\tan\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = pendiente$$

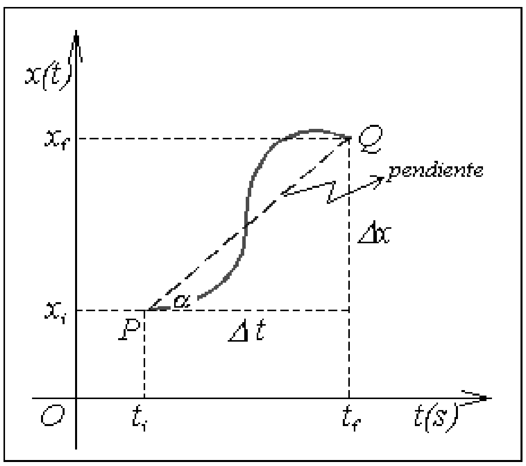

Figura 2.4a

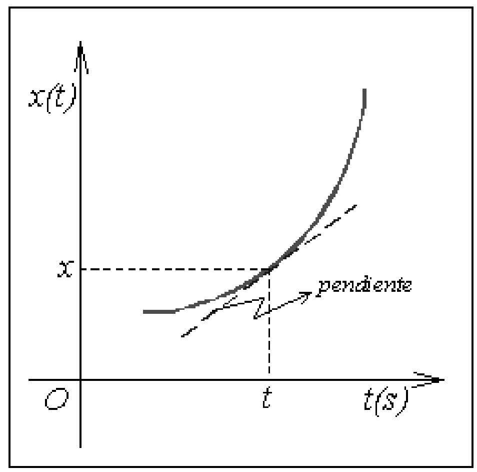

Figura 2.4b

Notar que el gráfico de la figura 2.4 no es un sistema de referencia en dos dimensiones, a pesar de tener dos ejes, ya que el eje horizontal no es de posición, sino de tiempo.

2.2.2 Velocidad instantánea.

Es la velocidad de la partícula en un instante determinado. Si se considera que el intervalo de tiempo Δt se puede hacer cada vez más y más pequeño, de tal manera que el instante final t_f tiende a coincidir con el instante inicial t_i, entonces se dice que el intervalo de tiempo tiende a cero, o sea $\Delta t \to 0$. En el límite cuando $\Delta t \to 0$, $\Delta\vec{r}$ también tiende a cero, por lo que la partícula se encuentra en una posición instantánea. Por lo tanto se puede definir el vector velocidad instantánea $\vec{v}$ de la siguiente forma:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (2.4)$$

La velocidad instantánea, que llamaremos simplemente velocidad, puede ser positiva (negativa) si la partícula se mueve en dirección positiva (negativa) del eje *x*, o cero, en este caso se dice que la partícula está en reposo. La velocidad tiene la misma interpretación geométrica que la velocidad media y en la figura 2.4b se ilustra en el gráfico *x/t* una curva de pendiente positiva, que representa una velocidad positiva.

Rapidez.
Se define como rapidez instantánea *v* a la magnitud o valor numérico del vector velocidad, por lo tanto es siempre positiva.

2.2.3 Aceleración media.
Lo normal es que la velocidad de una partícula en movimiento varíe en el transcurso del tiempo, entonces se dice que la partícula tiene ***aceleración***. Se define la aceleración media $\boldsymbol{a_m}$ como el cambio de velocidad en un intervalo de tiempo, lo que se escribe como:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} \qquad (2.5)$$

La aceleración media es un vector, su unidad de medida en el SI es el resultado de dividir la unidad de medida de velocidad y de tiempo, esto es (*m/s)/s*, que se lee m/s^2.

2.2.4 Aceleración instantánea.
Es la aceleración ***a*** de la partícula en un instante determinado. De manera análoga a la definición de la velocidad, se escribe:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (2.6)$$

Como vector, si la aceleración es positiva (negativa) apunta en dirección positiva (negativa) del eje *x*, independientemente de la dirección del movimiento de la partícula. Puede existir una aceleración positiva o negativa y la partícula puede estar aumentando su velocidad, y viceversa. En el esquema de la figura 2.5 se muestra para algunos casos el sentido de la aceleración para diferentes valores y signos de la velocidad.

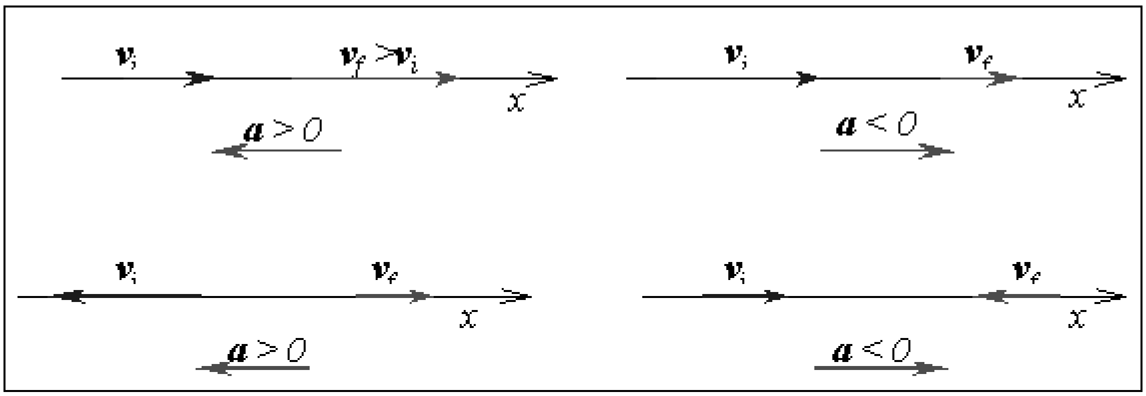

Figura 2.5 Esquema de diferentes sentidos de la aceleración.

Si la aceleración es constante, entonces la rapidez promedio se puede calcular como el promedio aritmético entre los distintos valores de rapidez de la forma:

$$v_m = \frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)$$

Una interpretación geométrica de la aceleración se obtiene del gráfico rapidez versus tiempo o gráfico *v/t,* donde la pendiente de la curva representa el valor numérico de la aceleración, como se ve en la figura 2.6. Si la rapidez, esto es la pendiente de la curva, es positiva (negativa), la aceleración es positiva (negativa). En el gráfico se observa una curva con pendiente positiva que disminuye su valor hasta cero, que representa un movimiento con aceleración positiva, pero disminuyendo su valor, luego la pendiente se hace negativa, aumentando negativamente su valor y lo mismo ocurre con la aceleración.

$$\tan\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = pendiente = a$$

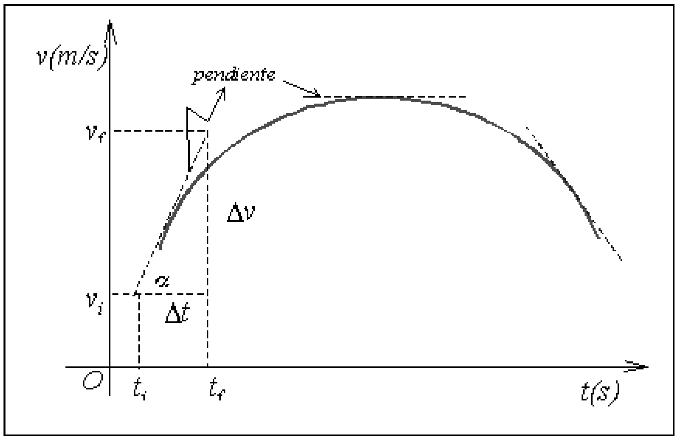

Figura 2.6 Gráfico rapidez versus tiempo.

La aceleración también se puede escribir como:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{x}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$$

que corresponde a la segunda derivada de la posición respecto al tiempo.

La aceleración también puede variar en el tiempo, pero esa variación no tiene significado físico de importancia, por lo que no se le da un nombre en particular. Aunque *d**a**/dt* podría representar o llamarse algo así como "sacudón" o "empujón". También puede existir un *d(empujón)/dt* y así hasta el infinito.

Ejemplo 2.1*: Una partícula se mueve en dirección x > 0 durante 10 s con rapidez constante de 18 km/h, luego acelera hasta 25 m/s durante 5 s. Calcular: a) su desplazamiento en los primeros 10 s, b) la aceleración media en cada intervalo de tiempo, c) la rapidez media del movimiento.*

Solución: *Datos $\Delta t_1 = 10$ s, $v_i = 18$ km/h $= 5$ m/s, $\Delta t_2 = 5$ s, $v_f = 25$ m/s*

a) $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v\Delta t = 5\dfrac{m}{s}\times 10s = 50m$

b) *para Δt_1: v_i = cte => a = 0*

para Δt_2: $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(25-5)m/s}{5s} = 4\dfrac{m}{s^2}$

c) $v_m = \dfrac{v_i + v_f}{2} = \dfrac{(5+25)m/s}{2} = 15\dfrac{m}{s}$

2.3 DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN CON ACELERACIÓN CONSTANTE.

E1 movimiento de una partícula se describe por completo si se conoce su posición en cualquier instante. Para encontrar leyes que expliquen los diferentes cambios de los cuerpos en el tiempo, se deben registrar los cambios y describirlos. Algunos cambios son difíciles de describir, como por ejemplo los movimientos de una nube, formada por billones de gotitas de agua que se mueven al azar y pueden evaporarse o unirse para formar gotas más grandes, o bien los cambios de opinión de una mujer.

Describir el movimiento significa poder responder a la pregunta ¿en que posición se encuentra el cuerpo en movimiento en cualquier instante de tiempo? Si la aceleración $\vec{a}$ varía en el tiempo el movimiento puede ser muy complejo y difícil de analizar. Un caso simple de movimiento es aquel que se realiza en una dirección con aceleración constante. Si la aceleración es constante, entonces la $\vec{a} = \vec{a}_m$, lo que significa que la velocidad cambia de manera uniforme en todo el movimiento.

Consideremos primero el caso de una partícula que se mueve en dirección del eje *x* con la magnitud de la aceleración *a* constante. Si v_0 es el valor de la velocidad o rapidez en el instante inicial t_0, y *v* su valor en el instante *t*, de la definición de *a* se tiene:

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = adt \Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t} adt = a\int_{t_o}^{t} dt$$

$$v - v_0 = a(t - t_0) \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)} \qquad (2.7)$$

La ecuación 2.7 permite determinar la velocidad ***v*** = ***v****(t)* de una partícula que se mueve en una dirección con aceleración $\vec{a}$ constante, para cualquier instante $t > t_0$. Como v_0, a y t_0 son valores conocidos, se observa que v es una función lineal del tiempo t, por lo tanto el gráfico rapidez versus tiempo o gráfico *v/t* es de la forma que se muestra en la figura 2.7a. Para $a < 0$, y para el caso de una partícula que está disminuyendo su rapidez, los gráficos *v/t* y *a/t* se muestran en la figura 2.7b.

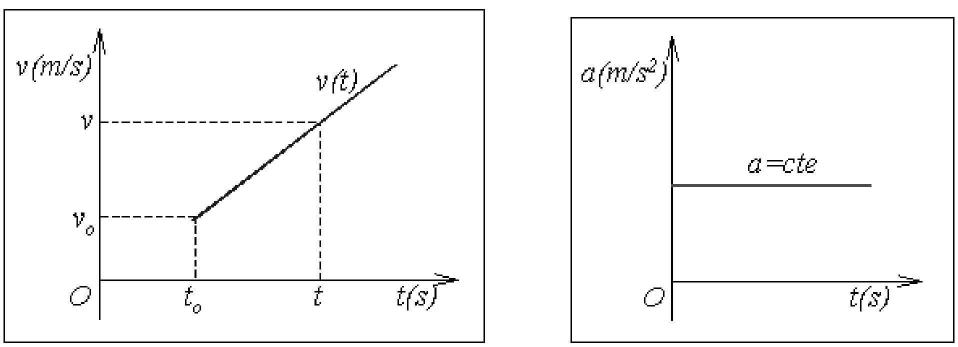

Figura 2.7a. Gráficos v/t y a/t, para a > 0.

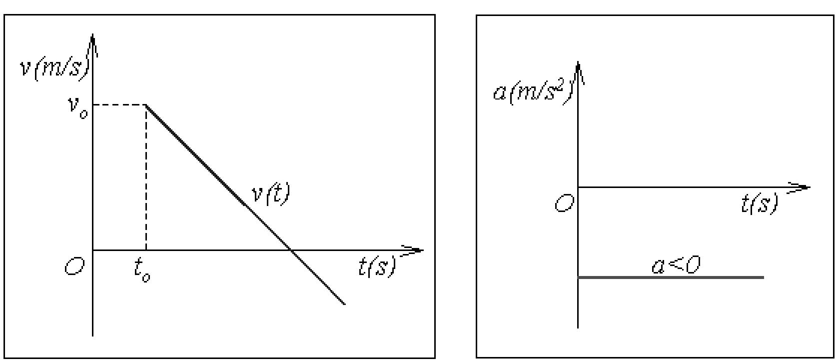

Figura 2.7b. Gráficos v/t y a/t, para a < 0.

El valor de la pendiente de la tangente a la curva *v(t)* en el gráfico *v/t* es igual al valor numérico de la aceleración. Para el movimiento con aceleración constante *v(t)* es la ecuación de una recta.

Conocida $v = v(t)$ se puede usar la definición de la velocidad para obtener la posición de la partícula en cualquier instante.

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = vdt \Rightarrow \int dx = \int vdt$$

Si inicialmente, para $t = t_o$, la partícula se encuentra en la posición x_o y en cualquier instante t se encuentra en la posición x, la velocidad en función del tiempo es $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$, reemplazando en la integral, con los límites de integración correspondientes queda:

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} [v_0 + a(t - t_0)]dt = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Escrita en forma vectorial, se obtiene:

$$\vec{x} - \vec{x}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

Como x_o, v_o y a son los valores conocidos para $t = t_o$, se deduce que x es sólo función del tiempo, así la ecuación que describe la posición de una partícula en movimiento en función del tiempo ***x = x(t)*** es:

$$\boxed{\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2} \quad (2.8)$$

La ecuación 2.8 es la expresión que permite determinar el valor de la posición de la partícula en cualquier instante, conocido los valores iniciales. El gráfico posición/tiempo es una parábola, ya que la ecuación $x = x(t)$ es cuadrática en t. La pendiente de la tangente a la curva en cualquier instante t representa el valor numérico de la velocidad de la partícula (figura 2.8). Esta ecuación $x(t)$ también se conoce como *"ecuación de itinerario"*.

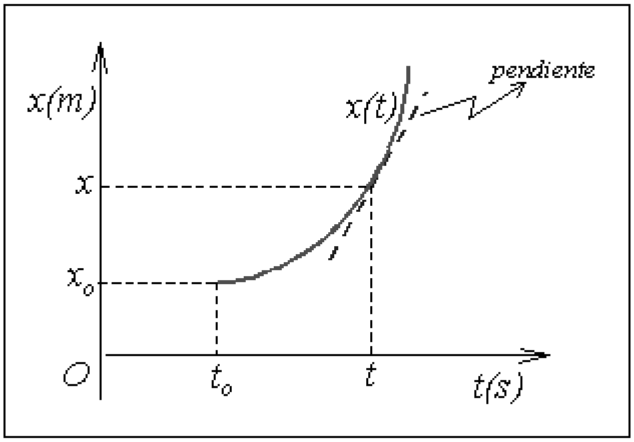

Figura 2.8 Gráfico x/t

Las ecuaciones ***x = x(t)***, ***v = v(t)*** y ***a = cte.***, forman el conjunto de ecuaciones cinemáticas, que permiten describir el movimiento simple de una partícula que se mueve con aceleración constante en una dirección, y como con esas ecuaciones se pueden determinar los valores de esas variables para la partícula en cualquier instante, el movimiento queda completamente descrito. Para el caso particular de un movimiento con rapidez constante, la aceleración de la partícula es cero, y las ecuaciones del movimiento 2.7 y 2.8 se reducen a:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0(t - t_0)$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 = cte.$$

Ejemplo 2.2*: Demostrar que si la aceleración de una partícula en movimiento es constante, se tiene que* $v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x$.

Solución:

De $v(t) = v_o + a(t - t_o)$, se despeja $t - t_0 = \dfrac{v - v_0}{a}$,

reemplazando en $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \dfrac{1}{2}a(t - t_0)^2$,

$$x - x_0 = v_0\frac{(v - v_0)}{a} + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

$$x - x_0 = \frac{v_0 v}{a} - \frac{v_0^{\ 2}}{a} + \frac{(v^2 - 2vv_0 + v_0^{\ 2})}{2a},$$ dividiendo por $2a$

$$2a(x - x_0) = 2v_0 v - 2v_0^{\ 2} + v^2 - 2vv_0 + v_0^{\ 2} = v^2 - v_0^{\ 2}$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

Esta es una expresión escalar independiente del tiempo, no es una ecuación general, por lo que no se puede usar en cualquier problema, es de utilidad restringida ya que sólo permite obtener la magnitud de las variables que contiene.

Ejemplo 2.3. *un móvil parte desde el reposo en el instante t = 5 s y acelera hacia la derecha a razón de 2 m/s^2 hasta t = 10 s. A continuación mantiene su velocidad constante durante 10 s. Finalmente frena hasta detenerse, lo que logra hacer 3 segundos más tarde. a) Determinar a qué distancia del punto de partida se encuentra en t = 10 s. b) ¿Con qué velocidad se mueve en ese instante? c) ¿A qué distancia de la partida se encuentra cuando empieza a frenar? d) ¿Dónde se detiene respecto al punto de partida? e) Escriba las ecuaciones correspondientes a: a(t), v(t), x(t) para cada etapa del movimiento.*

Solución: Se puede elegir el SR como el cliente guste; una posibilidad se ilustra en la figura 2.9, donde inicialmente se ubica a la partícula en el origen *O* y se empieza a medir el tiempo desde el instante inicial *5 s*.

a) Se pide evaluar *x(t)* para $t = 10$ *s*, con las condiciones $x_o = 0$, $v_o = 0$, $a_o = 2m/s^2$, $t_o = 5s$, $t_1 = 10s$, en el tramo A

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2$$

$$x(10) = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 2\frac{m}{s^2}(10 - 5)^2 s^2 = 25m$$

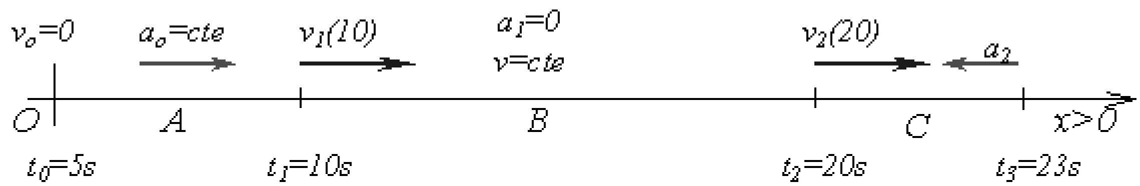

Figura 2.9

b) Ahora hay que calcular *v(t)* en *t = 10 s*, usando la ecuación:

$$v(t) = v_0 + a_0(t - t_0)$$

$$v(10) = 0 + 2\frac{m}{s^2}(10 - 5)s = 10\ m/s$$

c) Piden evaluar *x(t)* para *t = 20 s*, usando esquema y datos del tramo B:

$$x(t) = x_{10} + v_{10}(t - t_1) + \frac{1}{2}a_1(t - t_1)^2$$

$$x(20) = 25m + 10\frac{m}{s}(20 - 10)s + 0 = 125m$$

d) Aquí se pide calcular *x(t)* para *t = 23 s*, se conoce $v_f = 0$, $t_3 = 23\ s$, pero no se conoce a_2, por lo que se debe calcular.

$$x(t) = x_{20} + v_{20}(t_3 - 20) + \frac{1}{2}a_2(t - 20)^2$$

cálculo de a_2:

$v = v_2 + a_2(t - t_2)$ en el tramo C

$$0 = v_2 + a_2(t_3 - 20) \Rightarrow a_2 = -\frac{v_2}{t_3 - 20}$$

Pero v_2 = cte en el tramo B $v_2 = 10\ m/s$

$$a = -\frac{10m/s}{(23-20)s} = -\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

$$x(t) = 125 + 10(23-20) - \frac{1}{2}\frac{10}{3}\cdot(23-20)^2 = 140m$$

$$\Rightarrow x(23) = 140m$$

e) Ecuaciones de movimiento:

Para el tramo A: $x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \dfrac{1}{2}a_o(t - t_0)^2$

Con $x_o = 0$, $v_o = 0$, $a_o = 2m/s^2$, $t_o = 5s$

$$x(t) = \frac{1}{2}a_o(t-5)^2 \Rightarrow x(t) = (t-5)^2$$

$$v(t) = v_0 + a_0(t - t_0) \Rightarrow v(t) = 2(t-5)$$

Las ecuaciones para los tramos B y C las puede deducir el alumnos de los resultados obtenidos en c) y d), donde basta reemplazar los valores en las funciones de posición y rapidez en función de *t*.

Ejemplo 2.4*. Un auto ingresa en Concepción al puente nuevo a San Pedro con una rapidez de 54 km/h, la que mantiene constante mientras recorre el puente. En el mismo instante en San Pedro otro auto ingresa lentamente al puente con una rapidez inicial de 10.8 km/h hacia Concepción, acelerando a 1 m/s*^{2}*. Si la longitud del puente es de 1838 m. Calcular a) la posición donde se cruzan, b) la rapidez del auto de San Pedro en el instante en que se cruzan, ¿qué comentario puede hacer de este resultado?*

Solución: Datos: $t_{oA} = t_{oB} = 0, x_{oA} = 0, x_{oB} = 1838m$

$$v_{oA} = 54\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{1000m}{1km} = 15\frac{\text{m}}{\text{s}},\ a_A = 0$$

$$v_{oB} = 10.8\,\text{km/h} = 3\,\text{m/s},\ a_B = 1m/s^2$$

El esquema de la figura 2.10, muestra el sistema de referencia elegido:

Figura 2.10.

a) El movimiento es en una dimensión con a =*cte*, las ecuaciones para cada móvil (A en Concepción, B en San Pedro) son:

$$x_A = x_{0A} + v_{0A}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_A(t - t_0)^2 \Rightarrow x_A = v_{0A}t \Rightarrow x_A = 15t$$

$$v_A = v_{0A} + a_A(t - t_0) \Rightarrow v_A = v_{0A} \Rightarrow v_A = 15\ m/s$$

$$x_B = x_{0B} + v_{0B}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_B(t - t_0)^2 \Rightarrow x_B = 1838 - 3t - \frac{1}{2}t^2$$

$$v_B = v_{0B} + a_B(t - t_0) \Rightarrow v_B = -3 - t$$

Cuando se cruzan: $x_A = x_B$, entonces

$$15t = 1838 - 3t - 0{,}5t^2 \Rightarrow 0.5t^2 + 18t - 1838 = 0$$

$$t = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 + 4(0.5)(1838)}}{1} \Rightarrow t_1 = 45.2s, \quad t_2 = -40.6s$$

$$\therefore x(45.2) = 15(45.2) = 678m$$

b) $v_B(45.2) = -3 - 45.2 = -48.2\text{m/s} = 173.5\text{ km/h}$

El automóvil de San Pedro no puede acelerar durante todo ese tiempo, porque alcanzaría una rapidez muy alta, superando en mucho la máxima permitida y posible de alcanzar.

2.4 CALCULO GRÁFICO DE Δx Y Δv.

El proceso de integración es gráficamente equivalente a encontrar el área bajo la curva $y = f(x)$. Se puede usar esta propiedad de las integrales para calcular gráficamente el valor del desplazamiento Δx y el cambio de rapidez Δv de una partícula en movimiento.

De la definición de velocidad se tiene:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = vdt \Rightarrow \int_{x_o}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v(t)dt \Rightarrow$$

$$\Delta x = \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

donde $v(t)$ es la velocidad en cualquier instante. Si se conoce la forma analítica de $v(t)$ se puede calcular la integral, pero si no se conoce, se puede evaluar gráficamente y por definición de integral, la expresión anterior se interpreta como (ver figura 2.11a):

desplazamiento = área bajo la curva v/t

Considerando primero el caso en que la partícula se mueve con rapidez constante v_o (significa que su aceleración es cero), entonces del gráfico v/t, que se muestra en la figura 2.11a, el desplazamiento es el área del rectángulo de lados v_o y Δt, esto es:

desplazamiento = área rectángulo

$$\Delta x = v_o \Delta t\,, \quad \text{con } v_o = cte.$$

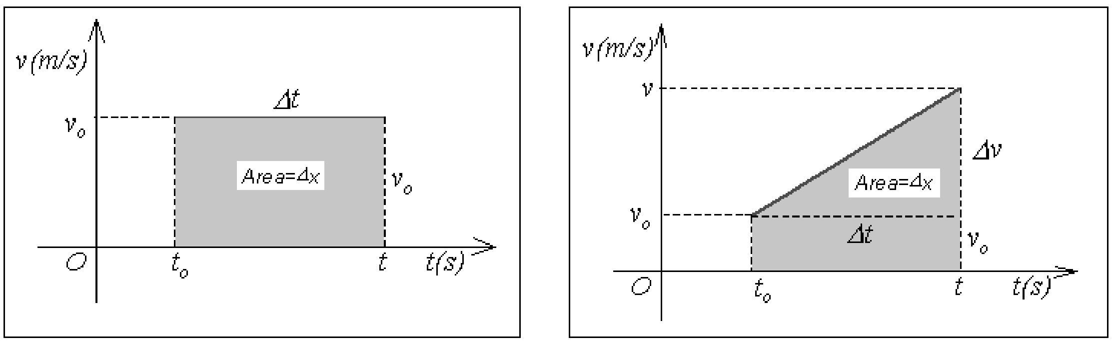

Figura 2.11 a) izquierda, b) derecha.

Considerando ahora el caso en que la partícula se mueve con rapidez $v(t)$ función lineal del tiempo (en este caso la aceleración es constante), o sea $v(t) = v_o + a(t - t_o)$, el desplazamiento Δx de la partícula durante el intervalo de tiempo desde t_o a t es igual al área bajo la recta $v(t)$ de la figura 2.11b:

desplazamiento = área rectángulo + área triángulo

$$\Delta x = v_o \Delta t + \frac{1}{2} \Delta v \Delta t \Rightarrow$$

$$\Delta x = v_o \Delta t + \frac{1}{2} a(\Delta t)^2$$

De manera similar se obtiene el calculo gráfico para el cambio de rapidez. Considerar una partícula que se mueve con rapidez v_o en el instante inicial t_o y con rapidez v en el instante t, que aumenta su aceleración linealmente con el tiempo, o sea $a(t) = a_o + k(t - t_o)$, donde a_o es el valor inicial de la aceleración y k representa el valor de la pendiente de la recta en el gráfico aceleración versus tiempo, que debe tener unidad de medida de m/s^3. En este caso estamos extendiendo la descripción del movimiento al caso de una partícula con aceleración variable, dejando de lado la restricción impuesta al principio de este capítulo. El cambio de rapidez Δv de la partícula durante el intervalo de tiempo desde t_o a t es igual al área bajo la recta $a(t)$ de la figura 2.12:

cambio de rapidez = área rectángulo + área triángulo

$$\Delta v = a_o \Delta t + \frac{1}{2} \Delta a \Delta t$$

Como se propuso, a es una función lineal de t de la forma $a(t) = a_o + k(t - t_o)$, entonces $a(t) - a_o = k(t - t_o)$, o bien $\Delta a = k\Delta t$, reemplazando se tiene:

$$\Delta v = a_o \Delta t + \frac{1}{2} k(\Delta t)^2$$

Observar que en este caso se tiene un método para describir un movimiento con aceleración variable (en este caso linealmente) en el tiempo.

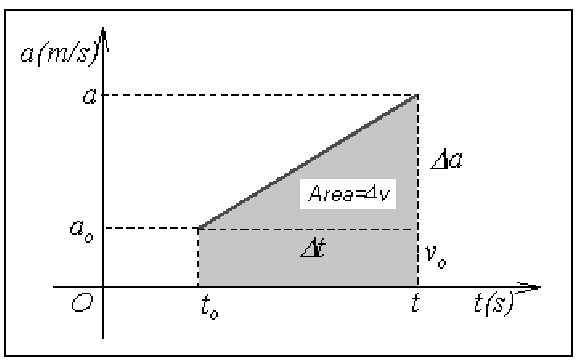

Figura 2.12

Ejemplo 2.5: *En la figura 2.13 se muestra el gráfico rapidez/tiempo para una partícula que se mueve en dirección positiva del eje x. a) calcular el desplazamiento de la partícula, b) hacer el gráfico aceleración/tiempo, c) determinar las ecuaciones de movimiento en cada intervalo de tiempo, d) calcular su posición en los instantes 5, 10 y 20 segundos.*

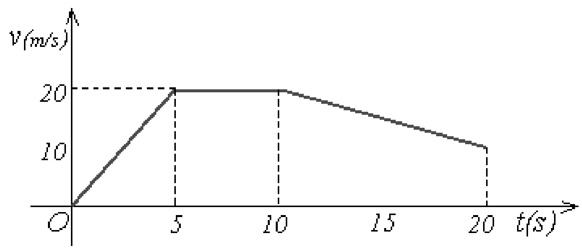

Figura 2.13 Ejemplo 5.

Solución. a) El desplazamiento es igual al área (A) bajo la curva *v/t*, que es conveniente calcular por intervalos de tiempo, entonces:

$$0 \le t < 5s: \qquad A_1 = \Delta x_1 = \frac{1}{2}\left(20\frac{m}{s}\right)(5s) = 50m$$

$$5 \le t < 10s: \qquad A_2 = \Delta x_2 = \left(20\frac{m}{s}\right)(5s) = 100m$$

$$10 \le t \le 20s: \qquad A_3 = \Delta x_3 = \frac{1}{2}\left(10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(10s) + \left(10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(10s) = 150m$$

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 50 + 100 + 150 = 300m$$

b) Los valores de la aceleración que se pueden calcular de la pendiente del gráfico *v/t* en cada intervalo de tiempo, se indican en el gráfico *a/t* de la figura 2.14.

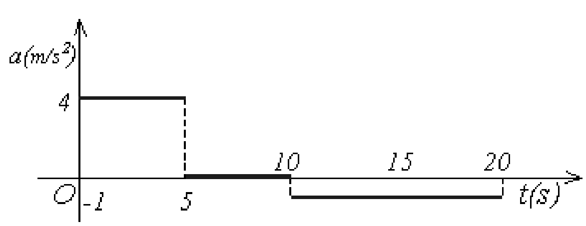

Figura 2.14. Ejemplo 5, parte b).

c) Determinación de las ecuaciones de movimiento, suponiendo que $x_o = 0$ para $t_o = 0$.

$0 \le t < 5s:$ $$x(t) = v_o t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x(t) = 2t^2$$

$5 \le t < 10s:$ $$x(t) = x(5) + v_o(t-5) + \frac{1}{2} a (t-5)^2 \Rightarrow$$ $$x(t) = 50 + 20(t-5)$$

$10 \le t \le 20s:$ $$x(t) = x(10) + v_o(t-10) + \frac{1}{2} a (t-10)^2 \Rightarrow$$ $$x(t) = 150 + 20(t-10) - \frac{1}{2}(t-10)^2$$

d) La posición en los instantes pedidos (y en cualquier otro tiempo) se puede calcular con las ecuaciones de movimiento anteriores

para $t = 5s$: $x(t) = 2t^2 \Rightarrow x(5) = 2(5)^2 = 50\ m$

para $t = 10s$: $x(t) = 50+20(t-5) \Rightarrow x(10)=50+20(10-5) = 150\ m$

para $t = 20s$: $x(t) = 150+20(t-10)- ½(t-10)^2 \Rightarrow x(20) = 300\ m$

Ejercicio: calcular la posición en los instantes 2.5, 8 y 15 segundos.

2.5 CUERPOS EN CAÍDA LIBRE.

Un caso particular de movimiento en una dimensión, es aquel de los objetos que se mueven libremente en dirección vertical cerca de la superficie de la Tierra, que se conoce como movimiento de caída libre. Galileo (1564 – 1642), físico y astrónomo italiano, fue el primero en estudiar el movimiento de caída libre, al observar que dos cuerpos diferentes, al dejarlos caer desde la torre inclinada de Pisa, llegaban al suelo casi al mismo tiempo.

Experimentalmente se demuestra que todos los cuerpos que se dejan caer cerca de la superficie de la Tierra, lo hacen con una aceleración aproximadamente constante. Esta aceleración, que se llama aceleración de gravedad, es producida por una fuerza que existe entre cuerpos con masa, llamada fuerza de atracción gravitacional, cuyo origen será explicado en el Capítulo 9.

La aceleración de gravedad, que se denota por $\vec{g}$ es un vector que apunta hacia el centro de la Tierra, su magnitud aumenta levemente al aumentar la latitud, es decir desde el ecuador hacia los polos, y disminuye al aumentar la altura sobre la superficie terrestre. Su valor medio en la superficie de la Tierra es aproximadamente de 9.8 m/s^2.

Se dice que un objeto está en caída libre cuando se mueve bajo la influencia sólo de la aceleración de gravedad, despreciando la resistencia (es otra fuerza que se resiste al movimiento y que también será estudiada más adelante) que el aire opone a los cuerpos en movimiento, sin importar la velocidad inicial del objeto. ***Todos los cuerpos que se lanzan hacia arriba o hacia abajo, o se dejan caer, lo hacen libremente una vez que se dejan en libertad. La aceleración que adquieren es siempre la aceleración de gravedad, vertical hacia abajo, cualquiera sea la dirección inicial del movimiento.***

Como el movimiento de caída libre es en una dimensión, con aceleración constante, se puede adoptar como dirección del movimiento al eje vertical *y*. Por lo tanto se pueden aplicar las ecuaciones para el movimiento en una dimensión, tomando al eje *y* en la dirección del movimiento de caída, por convención positivo hacia arriba. Con esta convención, un movimiento de caída libre de ascenso o de descenso tiene una aceleración *g* negativa. También se debe tener en cuenta que si el cuerpo asciende (desciende) su velocidad será positiva (negativa) en este sistema de referencia. De está forma las ecuaciones de movimiento 2.7 y 2.8 se transforman en las ecuaciones para caída libre:

$$\boxed{\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_{oy} - \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_o)^2} \qquad (2.9)$$

$$\boxed{\vec{v}_y = \vec{v}_{oy} - \vec{g}(t - t_o)} \qquad (2.10)$$

Los gráficos posición/tiempo, velocidad/tiempo y aceleración/tiempo para una partícula que se lanza verticalmente hacia arriba, desde una posición inicial y_o, que no tiene porque ser el suelo, son los que se muestran en la figura 2.15

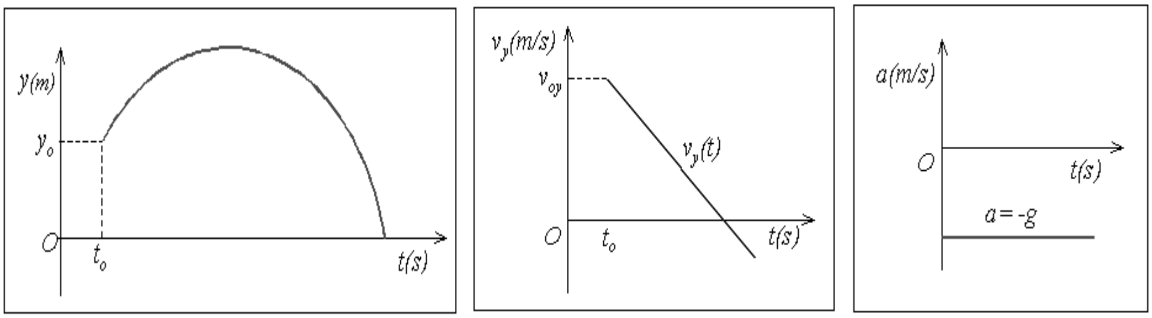

Figura 2.15. Gráficos y/t, v_y/t y a/t, para a = -g

Ejemplo 2.6*: Tito lanza una piedra hacia arriba desde la terraza de un edificio de 50 m de alto, con una rapidez inicial de 20 m/s. Cuando está cayendo la piedra pasa justo por el costado del edificio. Calcular a) el tiempo para que la piedra alcance su altura máxima, b) la altura máxima, c) el tiempo que tarda en pasar por el punto inicial, d) la velocidad de la piedra en ese instante, e) el tiempo que tarda en llegar al suelo, f) la velocidad en ese instante.*

Solución: Considerando un sistema de referencia que se muestra en la figura 2.16, con el eje *y* positivo vertical hacia arriba y el origen $y_o = 0$ donde comienza el movimiento de la piedra, con $t_o = 0$ y $v_o = 20\ m/s$.

a) Cuando la piedra alcanza la máxima altura $v = 0$:

$$v(t) = v_o - gt = 0 \Rightarrow v_o = gt \Rightarrow t = \frac{20\text{m/s}}{10\text{m/s}^2} = 2\text{s}$$

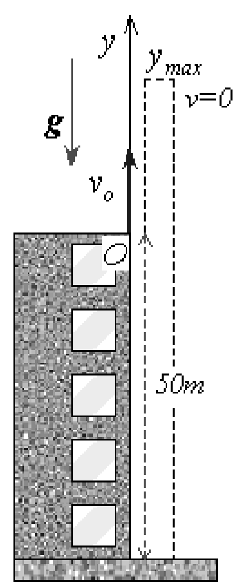

Figura 2.16

b) Se pide evaluar *y(t)* para *t = 2 s*

$$\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_{oy}(t - t_o) - \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_o)^2 \Rightarrow \; y = v_o t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_{\max} = y(2) = (20\text{m/s})(2s) - \frac{1}{2}(10\text{m/s}^2)(2s)^2 = 20m$$

c) Cuando pasa por el punto inicial $y = 0 \Rightarrow$

$$y = v_o t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \Rightarrow \left(v_o - \frac{1}{2} g t \right) t = 0 \Rightarrow$$

$$t_1 = 0 \text{ y } v_o - \frac{1}{2} g t = 0 \Rightarrow t = \frac{2 v_o}{g} = \frac{(2)(20)}{10} = 4s$$

d) Hay que evaluar *v* para $t = 4s$

$$v(t) = v_o - gt \Rightarrow v(4) = 20 - (10)(4) = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

e) En esta posición $y = -50\ m \Rightarrow$

$$y = v_o t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow -50 = 20t - 5t^2$$

$$t^2 - 4t - 10 = 0 \Rightarrow t_1 = 5.7s \text{ y } t_2 = -1.7s$$

Se descarta el tiempo negativo, porque físicamente no es posible.

f) $v(t) = v_o - gt \Rightarrow v(5.7) = 20 - (10)(5.7) = -37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

2.5.1 Efectos de g en las personas.

La capacidad de una persona para soportar una aceleración depende tanto de la magnitud como de la duración de ésta. Debido a la inercia de la sangre y de los órganos dilatables, las aceleraciones pequeñas tienen poca importancia si duran sólo fracciones de segundo. El límite de tolerancia se encuentra cercano a 10*g* y depende de la resistencia estructural de los cuerpos. La mayoría de las personas han experimentado aceleraciones verticales moderadas en los ascensores. La sangre circula por vasos dilatables de manera que cuando el cuerpo es acelerado hacia arriba, la sangre se acumula en la parte inferior de éste. Cuando la aceleración es hacia abajo, aumenta el volumen de sangre en la parte superior del cuerpo, a su vez los órganos internos no se mantienen ríte superior del cuerpo, a su vez los órganos internos no se mantienen rígidos en su sitio y su desplazamiento durante la aceleración puede producir sensaciones desagradables.

Cuando un avión despega, aterriza o realiza giros muy rápidos, está sometido a aceleraciones de hasta 9*g*. El grado de tolerancia de un humano a esta aceleración dependerá entre otros factores del peso, edad y condición física de la persona. A modo de ejemplo, un piloto que en tierra pesa 80 kilos, cuando es sometido a este valor de aceleración siente repentinamente que su peso es alrededor de 720 kilos. Esta misma aceleración hace que la sangre fluya hacia los pies del piloto, esto disminuye el retorno venoso al corazón con lo cual la presión baja y el piloto puede perder la visión temporalmente, para luego perder la conciencia. También existen aceleraciones negativas durante el vuelo en la cual el piloto experimenta la aceleración en posición invertida. En ese caso la aceleración hace que la sangre fluya al cerebro, el piloto sufre de palidez y su visión se torna roja.

Estudios han determinado que los humanos pueden soportar hasta 9*g* de aceleraciones positivas y 3*g* para aceleraciones negativas. Un piloto que viaja en aviones modernos que incluso alcanzan velocidades cercanas a la del sonido, podría detenerse sin peligro en una distancia aproximada de 200 m, pero si esta velocidad fuese unas 100 veces mayor (valores que pueden ser alcanzados en viajes interplanetarios), la distancia de frenado que necesitaría para no producir efectos nocivos en sus tripulantes debe ser de aproximadamente 16000km. La razón de esta diferencia está en que la cantidad total de energía que se disipa durante la desaceleración es proporcional al cuadrado de la velocidad, lo que es suficiente para aumentar la distancia unas 10000 veces. Por esta razón se han creado procedimientos y aparatos especiales para proteger a los pilotos del colapso circulatorio que aparece durante aceleraciones positivas. Primero, si el piloto aprieta sus músculos abdominales en grado extremo y se inclina hacia adelante para comprimir el abdomen, puede evitar la acumulación de sangre en los grandes vasos abdominales, evitando así la perdida de conciencia. Además se han diseñado trajes “anti-g” para prevenir el estancamiento de sangre en la parte más baja del abdomen y las piernas. Este tipo de traje aplica una presión positiva en piernas y abdomen, inflando compartimientos de aire a medida que aumenta la aceleración positiva. Además el cuerpo humano presenta de 1 a 2 cm de tejido blando externo, lo que aumenta la distancia de desaceleración y por lo tanto disminuye la fuerza de impacto, por ejemplo, durante una caída.

PROBLEMAS.

2.1 Cuando Carlos viaja en una autopista, pasa por la marca de 260 km. Después sigue moviéndose hasta la marca de 150 km. y luego se devuelve hasta la marca 175 km. ¿Cuál es su desplazamiento resultante respecto a la marca de 260 km.? **R:** –85 km.

2.2 Un gato negro se encuentra en una posición final de 3.6 m en dirección 240º respecto a *x*, después de realizar un desplazamiento de 120 cm en 135º respecto de *x*. Determine su posición inicial. R: 4.1m, 256.5º.

2.3 La luz del Sol llega a la Tierra en 8.3 min. La rapidez de la luz es de 3 x 10^8m/s. Calcular la distancia de la Tierra al Sol. **R:** 1.5 x 10^{11} m.

2.4 Usted y un amigo conducen recorriendo 50 km. Usted viaja a 90 km/h y su amigo a 95 km/h. ¿Cuánto tiempo tiene que esperarlo su amigo al final del viaje? **R:** 1.8 min.

2.5 Ana conduce calle abajo a 55 km/h. Repentinamente un niño atraviesa la calle. Si Ana demora 0.75 s en reaccionar y aplicar los frenos, ¿cuántos metros alcanza a moverse antes de comenzar a frenar? **R:** 11 m.

2.6 Las condiciones de movimiento de una partícula que se mueve en dirección *x* son $\vec{x}_o = 7\hat{i}\ m,\ \vec{v}_o = -3\hat{i}$ m/s, $\vec{a} = -4\hat{i}$ m/s^2, en el instante inicial $t_0 = 0$. a) Escribir las ecuaciones vectoriales de la posición y velocidad del cuerpo en cualquier instante. b) Calcular la posición del cuerpo respecto al origen a los 10 s de iniciado el movimiento. c) Averiguar si el cuerpo se detiene en algún instante. R: b) –223i m, c) no.

2.7 Una partícula se mueve a lo largo del eje *x* de acuerdo con la ecuación $x(t)=(3t^2-2t+3)m$. Calcular a) la rapidez promedio entre $t = 2s$ y $t = 3s$, y b) la velocidad instantánea en $t = 2s$ y $t = 3s$, c) la aceleración promedio entre $t = 2s$ y $t = 3s$ y d) la aceleración instantánea en $t = 2s$ y $t = 3s$.

2.8 Una partícula se mueve a lo largo del eje *x* de acuerdo con la ecuación $x(t)=2+3t-t^2$, donde *x* está en metros y *t* en segundos. Para $t=3s$, calcular a) la posición de la partícula , b) su velocidad c) su aceleración. R: a) 2m, b) –3m/s, c) –2m/s^2.

2.9 Las ecuaciones de movimiento para dos partículas A y B que se mueven en la misma dirección son las siguientes (*x* en *m* y *t* en *s*).

$$x_A(t) = 3.2t^2 - 6t - 20$$
$$x_B(t) = 29 + 8.5t - 4.1t^2$$

Calcular: a) el instante para el cual las posiciones de A y B coinciden, b) las velocidades de A y B en el instante en que se encuentran en la misma posición.R: a) 3.8s, b) 18.3 m/s, -22.7 m/s.

2.10 Un electrón en un tubo de rayos catódicos acelera de $2x10^4 m/s$ hasta $6x10^6 m/s$ en *1.5cm*. a) ¿Cuánto tiempo tarda el electrón en recorrer esta distancia? b) ¿Cuál es su aceleración?

2.11 Un electrón tiene una velocidad inicial de $3x10^5 m/s$. Si experimenta una aceleración de $8x10^{14}$ m/s^2, a) ¿Cuánto tardara en alcanzar una velocidad de $5.4x10^5$ *m/s*, y b) qué distancia recorre en ese tiempo?

2.12 Determine la velocidad final de un protón que tiene una velocidad inicial de 2.35 x 10^5 m/s, y es acelerado uniformemente en un campo eléctrico a razón de –1.10x10^{12} m/s^2 durante 1.5x10^{-7}s. **R:** 7.0 x 10^4 m/s.

2.13 Un jet supersónico que vuela a 145 m/s acelera uniformemente a razón de 23.1 m/s^2 durante 20s. a) ¿Cuál es su velocidad final? b) La rapidez del sonido en el aire es 331 m/s. ¿Cuántas veces mayor es la velocidad final del avión comparada con la del sonido? R: a) 607 m/s, b) 1.83 veces la rapidez del sonido.

2.14 Dos autos A y B se mueven en línea recta en dirección positiva del eje x. En el instante inicial A está en reposo y acelera con $2m/s^2$. El movimiento de B es con rapidez constante de *20m/s*. Calcular: a) la distancia que recorren en un minuto, b) el tiempo que demoraría A en igualar la rapidez de B, c) la distancia que los separa cuando sus rapideces son iguales, d) la aceleración que debería ejercerse sobre B para que pudiera detenerse en *4 s*. R: a) 3600m, 1200 m, b) 10 s, c) 100 m, d) –5 m/s^2.

2.15 Un auto que se mueve con aceleración constante recorre en 6 s la distancia de 60 m que separa dos puntos; su rapidez al pasar por el segundo punto es de 14 m/s. Calcular: a) la aceleración del auto, b) su velocidad al pasar por el primer punto, c) la posición donde se encontraba en reposo. R: a) 4/3 m/s^2, b) 6 m/s, c) –14.4m.

2.16 Dos autos viajan a lo largo de una carretera recta. En el instante $t = 0h$, el auto A tiene una posición x_A = 48 km y una rapidez constante de 36 km/h. Más tarde en t=0.5h, el auto B está en la posición x_B=0 km con una rapidez de 48 km/h. Responda las siguientes preguntas: primero, gráficamente, haciendo una gráfica de posición versus tiempo; segundo, algebraicamente, escribiendo las ecuaciones para las posiciones x_A y x_B en función del tiempo t. a) ¿Cuál es la lectura del cronómetro cuando el auto B sobrepasa al auto A? b) ¿En qué posición A es alcanzado por B? c) ¿Cuánto tiempo transcurre desde que A estaba en su punto de referencia hasta que B lo alcanza? R: a) 6 h, b) 260 km, c) 7.3 h.

2.17 Un auto y un tren se mueven al mismo tiempo a lo largo de trayectorias paralelas a *25m/s*. Debido a una luz roja el auto experimenta una aceleración uniforme de $-2.5 m/s^2$ y se detiene. Permanece en reposo durante *45s*, después acelera hasta una velocidad de *25m/s* a una tasa de $25 m/s^2$. ¿A qué distancia del tren está el auto cuando alcanza la velocidad de *25m/s*, suponiendo que la velocidad del tren se ha mantenido en *25m/s*?

2.18 Una partícula parte desde el reposo de la parte superior de un plano inclinado y se desliza hacia abajo con aceleración constante. El plano inclinado tiene *2m* de largo, y la partícula tarda *3s* en alcanzar la parte inferior. Determine a) la aceleración de la partícula, b) su velocidad en la parte inferior de la pendiente, c) el tiempo que tarda la partícula en alcanzar el punto medio del plano inclinado, y d) su velocidad en el punto medio. R: a) 0.44m/s^2, b) 1.3m/s, c) 2.1s, d) 0.94m/s.

2.19 Dos trenes expresos inician su recorrido con una diferencia de *5 min.* A partir del reposo cada uno es capaz de alcanzar una velocidad máxima de *160km/h* después de acelerar uniformemente en una distancia de *2km*. a) ¿Cuál es la aceleración de cada tren? b) ¿A que distancia está el primer tren cuando el segundo inicia su trayecto? c) ¿Qué tan separados se encuentran cuando ambos viajan a máxima velocidad?

2.20 Un automóvil que se mueve a una velocidad constante de *30m/s* pierde velocidad repentinamente en el pie de una colina. El auto experimenta una aceleración constante de $-2\ m/s^2$ (opuesta a su movimiento) mientras efectúa el ascenso. a) escriba ecuaciones para la posición y la velocidad como funciones del tiempo considerando $x = 0$ en la parte inferior de la colina, donde $v_o = 30m/s$. b) Determine la distancia máxima recorrida por el auto después de que pierde velocidad. R: a) $-30t-t^2$, $-30-2t$ b) 225m.

2.21 Paco manejando a *30m/s* entra en un túnel de una sola pista. Después observa una camioneta que se mueve despacio *155m* adelante viajando a *5m/s*. Paco aplica sus frenos pero puede desacelerar sólo a $2m/s^2$, debido a que el camino está húmedo. ¿Chocará? Si es así, calcular a qué distancia dentro del túnel y en qué tiempo ocurre el choque. Si no choca, calcular la distancia de máximo acercamiento entre el auto de Paco y la camioneta. R: 11.4s, 212m.

2.22 Una bala indestructible de *2cm* de largo se dispara en línea recta a través de una tabla que tiene *10cm* de espesor. La bala entra en la tabla con una velocidad de *420m/s* y sale con una velocidad de *280m/s.* a) ¿Cuál es la aceleración promedio de la bala a través de la tabla? b) ¿Cuál es el tiempo total que la bala está en contacto con la tabla? c) ¿Qué espesor de la tabla se requeriría para detener la bala?

2.23 Un africano que se encuentra a 20 m de un león hambriento arranca con una rapidez constante de 36 km/hr, alejándose en línea recta del león, que está inicialmente detenido. El león tarda 2 segundos en reaccionar cuando empieza a perseguir al africano con una aceleración de 4 m/s^2, siempre en línea recta hacia el africano, que huye hacia un árbol que se encuentra más adelante en la misma recta. a) Hacer un esquema ilustrativo de la situación. b) ¿Cuál debe ser la máxima distancia a la que debe estar el árbol para que el africano pueda subirse justo antes que el león lo alcance? c) Calcular la rapidez con la que el león llega al árbol. R: b) 116m, c) 30.4 m/s.

2.24 Un camión se mueve a *90 km/hr* en una carretera recta. Cuando se encuentra a *70 m* de un árbol atravesado en la carretera, el conductor se da cuenta de ello, tardando *0.5 s* en reaccionar y presionar los frenos del camión que le imprimen una aceleración de $-5\ m/s^2$. Determinar si el camión choca o no con el árbol cruzado en la carretera. R: si a 25.5 km/h.

2.25 Dos autos se aproximan uno al otro; ambos se mueven hacia el oeste, uno a 78 km/h y el otro a 64 km/h. a) ¿Cuál es la velocidad del primer auto relativa al (en el sistema de referencia del) segundo auto? b) ¿Cambian su velocidad relativa después de que el uno sobrepasa al otro? R: a) 14km/h, oeste, b) no.

2.26 En la figura 2.17 se muestra el gráfico rapidez/tiempo para una partícula que se mueve en dirección del eje *x*. a) Dibujar el gráfico posición/tiempo, b) calcular el desplazamiento de la partícula, c) hacer el gráfico aceleración/tiempo, d) calcular su posición en los instantes 5, 10, 20, 25, 30 y 40 segundos, e) calcular el cambio de rapidez en los intervalos 0 y 5, 5 y 20, 20 y 25, 25 y 40 segundos.

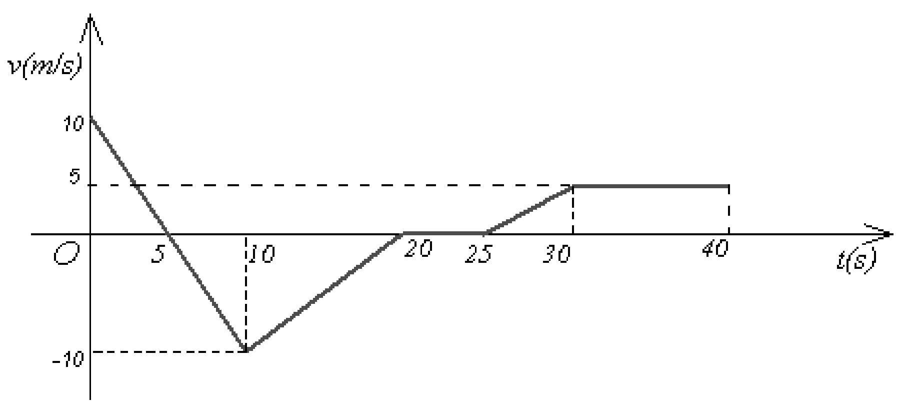

Figura 2.17. Problema 2.26.

2.27 Dos autos viajan a lo largo de una línea en la misma dirección, el que va adelante a *25m/s* y el otro a *30m/s*. En el momento en que los autos están a *40m* de distancia, el conductor del auto delantero aplica los frenos de manera que el vehículo acelera a $-2\ m/s^2$. a) ¿Cuánto tiempo tarda el carro para detenerse? b) suponiendo que el carro trasero frena al mismo tiempo que el carro delantero, ¿Cuál debe ser la aceleración negativa mínima del auto trasero de manera que no choque con el auto delantero? c) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse el auto trasero? R: a) 1.25s, b) –2.3m/s^2 c) 13.1s.

2.28 Un automovilista conduce por un camino recto a una velocidad constante de *15m/s*. Cuando pasa frente a un policía motociclista estacionado, éste empieza a acelerar a $2\ m/s^2$ para alcanzarlo. Suponiendo que el policía mantiene esta aceleración, determine a) el tiempo que tarda el policía en alcanzar al automovilista, encuentre b) la velocidad y c) el desplazamiento total del policía cuando alcanza al automovilista.

2.29 Dos objetos se conectan mediante una barra rígida de longitud L. Los objetos deslizan a lo largo de rieles perpendiculares, como se muestra en la figura 2.18. Si el que está en el eje x se desliza hacia la izquierda con rapidez constante v_o, calcular la rapidez del otro cuando $\alpha = 60°$. R: $0.58v_o$.

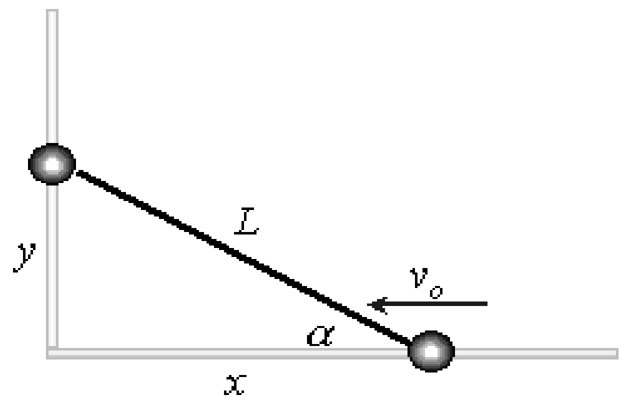

Figura 2.18 Problema 2.29.

2.30 Un tren viaja de la siguiente manera: en los primeros *60* minutos se desplaza con velocidad v, en los siguientes *30* minutos lleva una velocidad de $3v$, en los *90* minutos que le siguen viaja con una velocidad $v/2$; en los *120* minutos finales, se mueve con una velocidad de $v/3$. a) Dibuje la gráfica velocidad-tiempo para este recorrido. b) ¿Qué distancia recorre el tren en el viaje? c) ¿Cuál es la velocidad promedio del tren en el viaje completo?

2.31 Un tren puede minimizar el tiempo t entre dos estaciones acelerando a razón de $a_1 = 0.1\ m/s^2$ por un tiempo t_1 y después experimenta una aceleración negativa $a_1 = -0.5\ m/s^2$ cuando el maquinista usa los frenos durante un tiempo t_2. Puesto que las estaciones están separadas sólo por *1km*, el tren nunca alcanza su velocidad máxima. Encuentre el tiempo mínimo de viaje t y el tiempo t_1. R: 155s, 129s.

2.32 Cuando un semáforo cambia a verde, un auto arranca con una aceleración constante de 6 m/s^s. En el instante en que comienza a acelerar es sobrepasado por un camión con una velocidad constante de 21 m/s. a) ¿Qué distancia recorre el auto antes de alcanzar el camión? b) ¿Qué velocidad tendrá el auto cuando alcance el camión? R: 150 m, b) 42 m/s

2.33 El conductor de un auto que viaja a 90 km/h súbitamente ve las luces de una barrera que se encuentra 40 m adelante. Transcurren 0.75 s antes de qué él aplique los frenos; la aceleración media durante la frenada es –10 m/s^2. a) Determine si el carro choca contra la barrera. b) ¿Cuál es la rapidez máxima a la cual puede viajar el auto para no chocar contra la barrera? Suponga aceleración constante. R: a) Si, golpea la barrera, b) 22 m/s.

2.34 Con el fin de proteger su alimento de osos, un boy scout eleva su paquete de comida, de masa *m*, con una cuerda que lanza sobre la rama de un árbol de altura *h*. El scout camina alejándose de la cuerda vertical con velocidad constante v_s mientras sostiene en sus manos el extremo libre. a) Hacer un esquema de la situación. b) Demuestre que la velocidad v_p del paquete de comida es $x(x^2+h^2)^{-1/2}v_s$, donde *x* es la distancia que el muchacho ha caminado alejándose de la cuerda vertical. c) Demuestre que la aceleración a_p del paquete de comida es $h^2(x^2+h^2)^{-3/2}v_s^2$. d) ¿Qué valores de la aceleración y la velocidad se tienen después que él se aleja de la cuerda vertical? e) ¿A qué valores se aproximan la velocidad y la aceleración cuando la distancia *x* continúa aumentando?

2.35 Un objeto se mueve en un medio donde experimenta una aceleración de resistencia al movimiento proporcional a su rapidez, esto es $a = -kv$, donde *k* es una constante positiva igual a $0.5\ s^{-1}$. a) Calcular la rapidez y posición del objeto en cualquier instante. b) Si para $t = 0$ el objeto se encuentra en el origen moviéndose con una rapidez de *10 m/s*, calcular la posición donde se detiene. R: b) 20 m.

NOTA: En algunos problemas de caída libre, se usa g = 10 m/s^2

2.36 Un astronauta deja caer una pluma a 1.2 m de la superficie de la Luna. Si la aceleración de la gravedad en la Luna es 1.62 m/s^2, ¿cuánto tiempo emplea la pluma en llegar a la superficie? R: 1.2 s.

2.37 Una piedra cae libremente desde el reposo durante 8 s. a) Calcule la velocidad de la piedra a los 8 s. b) ¿Cuál es el desplazamiento de la piedra durante ese tiempo? R: a) –78 m/s, hacia abajo, b) –310 m.

2.38 Un estudiante deja caer una roca al agua desde un puente de 12 m de altura. ¿Cuál es la rapidez de la roca cuando llega al agua? R: 15.5 m/s.

2.39 Un globo meteorológico flota a una altura constante sobre la Tierra cuando deja caer un paquete. a) Si el paquete choca contra el piso a una velocidad de –73.5 m/s, ¿Qué distancia recorrió el paquete? b) Durante cuanto tiempo cayó el paquete? R: a) –276 m, b) 7.5 s.

2.40 Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial de *10 m/s* desde una altura de *10 m* respecto al suelo. Determine a) su posición en el punto más alto, b) su velocidad cuando pasa por el punto inicial, c) su velocidad y aceleración justo antes de golpear el suelo. R: a) 15m

2.41 Un globo inflado con aire caliente se eleva verticalmente con una rapidez constante de *5 m/s.* Cuando está a *50 m* sobre el suelo, se deja caer un paquete desde el globo. a) Calcular el tiempo que tarda el globo en llegar a los *50 m*. b) ¿Cuánto tiempo demora el paquete en llegar al suelo después que se ha soltado? c) ¿Cuál es la velocidad del paquete justo antes de llegar al suelo? d) Repetir b) y c) para el caso en que el globo desciende a *5 m/s* desde una altura de *50 m*. R: a) 10s, b) 3.7s, c) –32 m/s.

2.42 Un globo sonda meteorológico se lanza desde la superficie de la tierra con una velocidad inicial vertical hacia arriba de magnitud *18 km/h*, la que mantiene constante durante 15 min. A partir de ese instante se comienza a comportar como partícula libre. Calcular: a) la altura máxima que alcanza, b) su velocidad justo antes de llegar nuevamente al suelo. R: a) 4501.25m.

2.43 Se deja caer una piedra desde el borde de un acantilado. Una segunda piedra se lanza hacia abajo desde el mismo lugar un segundo más tarde con una rapidez inicial de *15 m/s*. a) Si ambas piedras golpean el suelo simultáneamente, determine la altura del acantilado. b) Calcular la velocidad de cada piedra justo antes de llegar al suelo. R: a) 20m, b) –20 y –25 m/s.

2.44 Un cohete parte del reposo y sube con aceleración neta constante vertical hacia arriba de $5\ m/s^2$ durante un minuto. A partir de ese momento deja de acelerar y sigue subiendo, pero comportándose como partícula libre. Determinar: a) la altura que alcanza el cohete durante el primer minuto, b) su velocidad en ese instante, c) la altura máxima que alcanza, d) el tiempo total de vuelo. R: a) 9000m, b) 300m/s, c) 13.5km, d) 142s.

2.45 Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial de *10 m/s*. Un segundo más tarde se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial de *25 m/s*. Determinar a) el tiempo que tarda la piedra en alcanzar la misma altura que la pelota, b) la velocidad de la pelota y de la piedra cuando se encuentran a la misma altura, c) el tiempo total que cada una está en movimiento antes de regresar a la altura original, d) la altura máxima de las dos. R: a)0.2s, b) –2 y 23m/s, c) 2 y 6s.

2.46 Angélica deja caer una pelota de tenis desde la terraza de un edificio, y un segundo después tira verticalmente hacia abajo otra pelota con una rapidez de 20 m/s. Calcular la altura mínima del edificio para que la segunda pelota pueda alcanzar a la primera. R: 11.25m

2.47 Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde el suelo con una velocidad inicial de *15m/s*. Calcular: a) el tiempo que la pelota tarda en alcanza su altura máxima, b) la altura máxima, c) la velocidad y la aceleración de la pelota para $t = 2s$. R: a)1.5s, b)11.5m, c)-4.6m/s, g.

2.48 La altura de un helicóptero sobre el suelo está representada por $h= 3t^3$, donde h está en metros y t en segundos. Después de *2s*, el helicóptero deja caer una pequeña valija con la correspondencia. ¿Cuánto tiempo tarda la valija en llegar al suelo? R: 8s

2.49 Una pelota se deja caer al suelo desde una altura de *2m*. En el primer rebote la pelota alcanza una altura de *1.85m*, donde es atrapada. Encuentre la velocidad de la pelota a) justo cuando hace contacto con el suelo y b) justo cuando se aleja del suelo en el rebote. c) Ignore el tiempo que la pelota mantiene contacto con el suelo y determine el tiempo total que necesita para ir del punto en que se suelta al punto donde es atrapada. R: a) -6.3 m/s, b) 6m/s, c) 1.25s.

2.50 Una pelota de tenis que se deja caer al piso desde una altura de 1.2 m, rebota hasta una altura de 1 m. a) ¿Con qué velocidad llega al piso? b) ¿Con qué velocidad deja el piso al rebotar? c) Si la pelota de tenis está en contacto con el piso durante 0.01 s, calcular su aceleración durante este tiempo, compárela con *g*. R: a) –4.85 m/s, b) 4.43 m/s, c) +930 m/s^2, 93g.

2.51 Una pulga salta *20 cm* en un salto vertical. a) Calcular su rapidez inicial. b) Si ha alcanzado esa rapidez encogiendo y luego estirando sus patas una longitud del orden de *1 mm*, calcular su aceleración inicial. c) La distancia de aceleración en una persona adulta es del orden de *50 cm*, si una persona saltara con la misma aceleración que una pulga, ¿a que altura llegaría? R: a) 2m/s, b) 2000m/s^2, c)

2.52 Cuando las ranas saltan, típicamente aceleran en una distancia vertical de unos 10 cm, y pueden alcanzan alturas de hasta 30 cm, medidas desde el suelo. Calcular: (a) la velocidad de despegue de la rana, y (b) la aceleración media que ella siente entre que comienza el salto y el momento del despegue. Suponga una aceleración constante.