

## **CAP 12. TEMPERATURA, DILATACION TERMICA Y GASES.**

La mecánica newtoniana explica una diversidad muy amplia de fenómenos en la escala macroscópica, tales como el movimiento de los cuerpos, de proyectiles y de planetas. Ahora iniciaremos el estudio en la termodinámica, área de la física relacionada con los conceptos de calor y temperatura. Con la termodinámica se hace la descripción de las propiedades volumétricas de la materia y la correlación entre esas propiedades y la mecánica de los átomos y moléculas. Se ha preguntado alguna vez ¿qué le pasa a la energía cinética de un objeto cuando cae al suelo y queda en reposo?, o ¿como puede enfriar un refrigerador? Las leyes de la termodinámica y los conceptos de calor y de temperatura nos permitirán contestar estas preguntas. En general, la termodinámica trata con las transformaciones físicas y químicas de la materia en todos sus estados: sólido, líquido, gas o plasma.

El objeto de estudio de la física térmica trata con los fenómenos que comprenden transferencias de energía entre cuerpos que están a diferentes temperaturas. En el estudio de la mecánica, se definieron claramente conceptos como masa, fuerza y energía, para hacer la descripción en forma cuantitativa. De la misma forma, una descripción cuantitativa de los fenómenos térmicos requiere una definición clara de los conceptos de temperatura, calor y energía interna. La ciencia de la termodinámica está relacionada con el estudio del flujo de calor desde un punto de vista macroscópico.

### ***12.1 TEMPERATURA Y LEY CERO DE LA TERMODINAMICA.***

La temperatura es una magnitud física que se refiere a la sensación de frío o caliente al tocar alguna sustancia. Así, nuestros sentidos nos entregan una indicación cualitativa de la temperatura, pero no podemos confiar siempre en nuestros sentidos, ya que pueden engañarnos. Por ejemplo, si se saca del refrigerador un recipiente metálico con cubos de hielo y un envase de cartón con verduras congeladas, se siente más frío el metal que el cartón, aunque ambos están a la misma temperatura; la misma sensación se nota cuando se pisa la baldosa del piso solo y la alfombra. Esto se debe a que el metal o la cerámica es mejor conductor del calor que el cartón o la tela. Por lo tanto se necesita un método confiable para medir la sensación de frío o caliente de los cuerpos.

Experimentalmente se encuentra que si dos objetos que inicialmente están a diferente temperatura, se ponen en contacto térmico entre sí, llegará el momento en que alcancen una cierta temperatura intermedia. Para comprender el concepto de temperatura definamos **contacto térmico**: es cuando entre dos cuerpos puede ocurrir un intercambio de energía entre ellos sin que se realice trabajo macroscópico; y **equilibrio térmico**: es una situación en la que dos cuerpos en contacto térmico entre sí, dejan de tener todo intercambio neto de energía. El tiempo que tardan los cuerpos en alcanzar el equilibrio térmico depende de las propiedades de los mismos. Se puede pensar en la **temperatura** como una propiedad que determina cuando se encuentra o no un cuerpo en equilibrio térmico con otros cuerpos.

Consideremos dos cuerpos A y B que no están en contacto térmico y un tercer cuerpo C que usaremos como medidor de temperatura. Se quiere determinar cuando están A y B en equilibrio térmico entre sí. Primero se coloca el cuerpo C en contacto térmico con A hasta que se alcanza el equilibrio térmico. Luego se coloca el cuerpo C en contacto térmico con B hasta que alcanzan el nuevo equilibrio térmico. Si la temperatura de C después de ponerse en contacto térmico con A y con B es la misma en ambos casos, entonces A y B están en equilibrio térmico entre sí. Este resultado se resume en un enunciado llamado **principio cero de la termodinámica**: *Si dos cuerpos A y B están por separado en equilibrio térmico con un tercer cuerpo C, entonces A y B están en equilibrio térmico entre sí.* Este enunciado, aunque parezca obvio, es lo más fundamental en el campo de la termodinámica, ya que se puede usar para definir la temperatura.

## 12.2 TERMOMETROS Y ESCALAS DE TEMPERATURA.

Los termómetros son dispositivos para definir y medir la temperatura de un sistema. Todos los termómetros se basan en el cambio de alguna propiedad física con la temperatura, como el cambio de volumen de un líquido, el cambio en la longitud de un sólido, el cambio en la presión de un gas a volumen constante, el cambio en el volumen de un gas a presión constante, el cambio en la resistencia de un conductor o el cambio en el color de objetos a muy alta temperatura.

Los cambios de temperatura se miden a partir de los cambios en las otras propiedades de una sustancia, con un instrumento llamado termómetro, de los

cuales existen varios tipos. El termómetro mecánico se basa en la propiedad de dilatación con el calor o contracción con el frío de alguna sustancia. Por ejemplo, el termómetro de mercurio convencional mide la dilatación de una columna de mercurio en un capilar de vidrio, ya que el cambio de longitud de la columna está relacionado con el cambio de temperatura. El termómetro se puede calibrar colocándolo en contacto térmico con algún sistema natural cuya temperatura permanezca constante, conocida como *temperatura de punto fijo*. Una de las temperaturas de punto fijo que se elige normalmente es la de una mezcla de agua y hielo a la presión atmosférica, que se define como *cero grado Celsius* denotado por  $0^{\circ}\text{C}$ . Otro punto fijo conveniente es la temperatura de una mezcla de agua y vapor de agua en equilibrio a la presión atmosférica, al que se le asigna el valor de  $100^{\circ}\text{C}$ . Una vez que se han fijado los niveles de la columna de mercurio en estos puntos, se divide en 100 partes iguales, donde cada una de estas representa un cambio de temperatura equivalente a un grado Celsius (Anders Celsius, sueco, 1701-1744). Así se define una escala de temperatura llamada *escala centígrada o escala Celsius*.

Un problema práctico de cualquier termómetro es su rango limitado de temperaturas. Por ejemplo, como el mercurio se congela a  $-39^{\circ}\text{C}$ , para asegurarse de medir temperaturas menores que estas, se usan los termómetros de alcohol, que se congela a  $-130^{\circ}\text{C}$ . Los termómetros para medir la mínima diaria en meteorología son de alcohol, se muestra en la figura 12.1 inferior, el termómetro superior en esta figura, de mercurio, se usa para medir la máxima diaria.

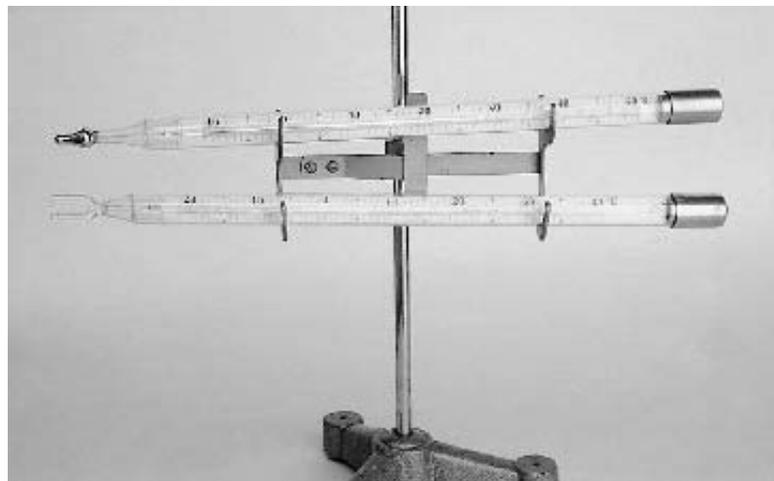


Figura 12.1 Termómetros de máxima y de mínima usados en meteorología.

### 12.3 TERMOMETRO DE GAS Y ESCALA KELVIN.

Se requiere un termómetro universal cuyas lecturas sean independientes de la sustancia que se use. En un termómetro de gas, las lecturas de las temperaturas son casi independientes de la sustancia que se utilice en el termómetro. En este caso, la propiedad física es la variación de la presión del gas con la temperatura. Al calentarse (enfriarse) el gas, la presión aumenta (disminuye) y la altura de la columna de mercurio aumenta (disminuye). El cambio de temperatura puede determinarse a partir del cambio en la presión. Si se supone que la variación de temperatura  $T$  con la presión  $P$  es lineal, se puede escribir:

$$T = aP + b \quad (12.1)$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes, que se pueden determinar a partir de dos puntos fijos, tales como los puntos de hielo y vapor.

Los experimentos demuestran que cuando se miden las temperaturas con diferentes termómetros y con diferentes gases, las lecturas son independientes del tipo de gas que se use, siempre que la presión no sea muy alta. La concordancia mejora al reducirse la presión. Esta concordancia significa que la intersección  $b$  de la ecuación 12.1 es la misma para todos los gases. Esto se muestra en la figura 12.2, en un gráfico de presión – temperatura, para un gas 1, gas 2 y gas 3, cualesquiera. Cuando se extrapola la recta de presión a temperaturas muy bajas (líneas de puntos), se encuentra que la presión es cero cuando la temperatura alcanza el valor  $-273.15^\circ \text{C}$ . Esta temperatura corresponde a la constante  $b$  en la ecuación 12.1. La extrapolación es necesaria, ya que todos los gases se licuan antes de llegar a esa temperatura.

**Punto triple del agua.** Corresponde a la temperatura y presión únicas en las que el hielo, el agua y el vapor de agua pueden coexistir en equilibrio. Estos valores son aproximadamente  $T = 0.01^\circ \text{C}$  y  $P = 610 \text{ Pa}$ .

La temperatura en el punto triple del agua en la nueva escala, dada por la ecuación 12.1, se tomó como 273.16 kelvin, abreviado 273.16 K. Esta elección se hizo para que la vieja escala centígrada de temperatura basada en los puntos del hielo y del vapor coincidiera cercanamente con esta nueva escala basada en el punto triple del agua. Esta nueva escala se llama *escala de tem-*

temperatura termodinámica y la unidad SI de la temperatura termodinámica, el Kelvin K, se define como **la fracción 1/273.16 de la temperatura** del punto triple del agua (Williams Thompson, inglés, 1824-1907, Primer Barón de Kelvin, Lord Kelvin).

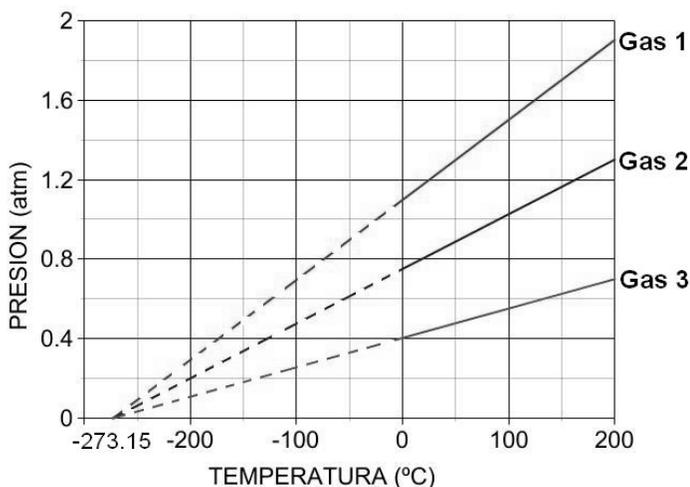


Figura 12.2 Gráfico de presión versus temperatura para diferentes gases.

Si se toma  $b = 0$  en la ecuación 12.1 y llamando  $P_3$  a la presión en la temperatura del punto triple del agua,  $T_3 = 273.16K$ , se encuentra que  $a = 273.16K/P_3$ . Por lo tanto, la temperatura como una medida de la presión  $P$  de un gas para un termómetro de gas a volumen constante se define como:

$$T = 273.16 \frac{P}{P_3} \quad (12.2)$$

Como se mencionó antes, experimentalmente se encuentra que si la presión  $P_3$  disminuye, el valor medido de la temperatura se aproxima al mismo valor para todos los gases. En la figura 12.3 se da un ejemplo de tales medidas, la cual muestra el punto del vapor medido con un termómetro de gas a volumen constante usando diferentes gases. A medida que la presión  $P_3$  se aproxima a cero, todas las medidas se acercan a un valor común de 373.15 K. en forma análoga, se encuentra que la temperatura del punto de hielo es 273.15 K.

En el límite de las presiones bajas (valores cercanos a la presión atmosférica) y las temperaturas altas del gas (del orden de la temperatura ambiente o mayor), los gases reales se comportan como lo que se conoce como un *gas ideal*, que se analizará con detalle mas adelante. La escala de temperaturas definida en este límite de presiones bajas del gas, recibe el nombre de *temperatura del gas ideal*,  $T$ , dada por:

$$T = 273.16 \lim_{P_3 \rightarrow 0} \frac{P}{P_3} \quad (12.3)$$

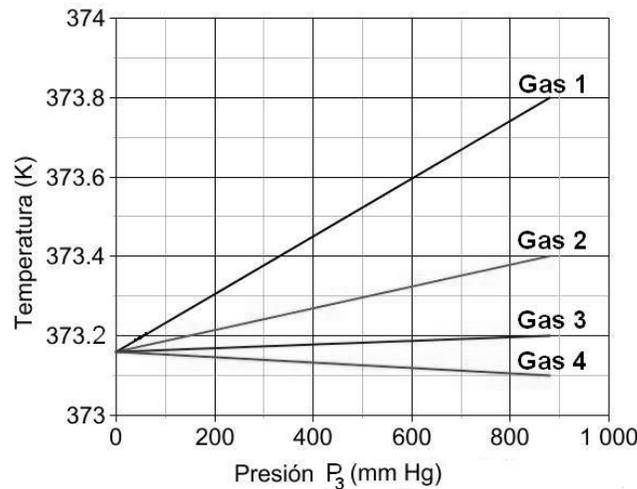


Figura 12.3 Gráfico de temperatura medida con un termómetro de gas a volumen constante versus presión  $P_3$  del punto de vapor de agua, para diferentes gases.

Por lo tanto, el termómetro de gas a volumen constante define una escala de temperaturas que puede reproducirse en todos los laboratorios del mundo. Aún cuando la escala depende de las propiedades de un gas, es independiente del gas que se use.

Es conveniente tener una escala de temperaturas independiente de las propiedades de cualquier sustancia. Una escala de este tipo se llama *escala de temperaturas absoluta* o *escala Kelvin*. Se usa el símbolo  $T$  para indicar las temperaturas absolutas.

En la tabla 12.1 se muestran las temperaturas para puntos fijos particulares de diferentes materiales.

Tabla 12.1 Temperatura de algunos fenómenos físicos y biológicos.

Proceso	T (°C)	T (K)	Proceso	T (°C)	T (K)
Cero absoluto	-273.15	0	Normal de persona	37	310.15
Punto triple del hidrógeno	-259.34	13.81	Solidificación agua	0	273.15
Punto ebullición del hidrógeno	-252.87	20.28	Ebullición del agua	100	373.15
Punto fusión del nitrógeno	-206	67.15	Fusión del oro	1063	1336
Solidificación de la gasolina	-150	123.15	Llama de gas	1627	1900
Solidificación del alcohol	-130	143.15	Superficie del Sol	5700	6000
Solidificación CO <sub>2</sub> (hielo seco)	-78	195.15	Centro de la Tierra	16000	16273
Solidificación del mercurio	-39	234.15	Centro del Sol	1.4x10 <sup>7</sup>	1.4x10 <sup>7</sup>

Ejemplo 12.1 Un termómetro de gas a volumen constante se calibra en los puntos de temperatura de  $-58^{\circ}\text{C}$  a 1 atm de presión y en el punto de temperatura  $157^{\circ}\text{C}$  a 2 atm. a) Deducir la escala de temperatura. Calcular: b) el valor de cero absoluto que produce esta calibración, c) la presión en punto de congelamiento del agua, d) la presión en el punto de ebullición del agua.

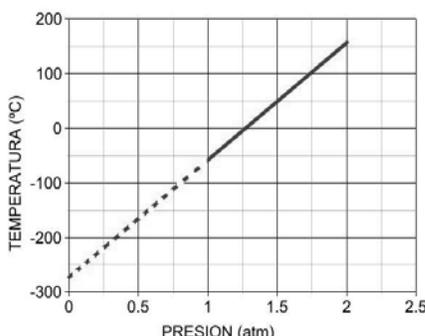


Figura 12.4. Relación lineal entre  $T$  y  $P$  del ejemplo 12.1

Solución:

a) los puntos de calibración son  $T_1 = -58^{\circ}\text{C}$ ,  $P_1 = 1\text{ atm}$  y  $T_2 = 157^{\circ}\text{C}$ ,  $P_2 = 2\text{ atm}$ . Suponiendo que existe una relación lineal entre la presión y la temperatura, como se muestra en la figura 12.4, se tendría:

$$T = a + bP$$

con  $T$  en  $^{\circ}\text{C}$ ,  $P$  en atm,  $a$  es el punto de intersección para  $P = 0$  y  $b$  es la pendiente de la recta, que se calcula:

$$b = \frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{T_2 - T_1}{P_2 - P_1} = \frac{157 - (-58)}{2 - 1} = 215 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{atm}}$$

Reemplazando en la ecuación lineal de  $T$ , se obtiene:

$$T = a + 215P$$

Para calcular  $a$ , se reemplaza los valores  $T_1$ ,  $P_1$  (o  $T_2$ ,  $P_2$ ) en la ecuación anterior:

$$-58^{\circ}\text{C} = a + 215 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{atm}} \times 1\text{atm} \Rightarrow a = -273^{\circ}\text{C}$$

Por lo tanto, la relación lineal entre  $T$  y  $P$ , queda:

$$T = -273 + 215P$$

b) En el cero absoluto,  $P = 0$ , por lo tanto  $T = -273 + 215 \times 0 = -273^{\circ}\text{C}$ .

c) En el punto de congelación del agua,  $T = 0^{\circ}\text{C}$ ,

$$0 = -273 + 215P \Rightarrow P = \frac{273^{\circ}\text{C}}{215^{\circ}\text{C}/\text{atm}} = 1.27\text{atm}$$

d) En el punto de ebullición del agua,  $T = 100^{\circ}\text{C}$ ,

$$100 = -273 + 215P \Rightarrow P = \frac{373^{\circ}\text{C}}{215^{\circ}\text{C}/\text{atm}} = 1.73\text{atm}$$

### 12.4 ESCALAS DE TEMPERATURA CELSIUS Y FAHRENHEIT.

La temperatura Celsius,  $T_C$ , está desplazada respecto a la escala absoluta (o Kelvin)  $T$  en  $273.15^\circ$ , ya que por definición el punto triple del agua ( $273.16\text{ K}$ ) vale  $0.01^\circ\text{ C}$ . La relación entre estas escalas es:

$$T_C = T - 273.15 \quad (12.4)$$

Se observa que el valor de un grado en la escala Kelvin es igual al de la escala Celsius. Por ejemplo, una diferencia o variación de temperatura de  $5^\circ\text{ C}$  es igual a una diferencia de temperatura de  $5\text{ K}$ . Las dos escalas solo se diferencian en la elección del punto cero.

Otra escala usada en países anglosajones es la *escala Fahrenheit* (Daniel Fahrenheit, alemán, 1686-1736). La temperatura Fahrenheit,  $T_F$ , se relaciona con la temperatura Celsius por la expresión:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^\circ F \quad (12.5)$$

Ejemplo 12.2 La temperatura promedio mensual mínima en Concepción es aproximadamente  $6^\circ\text{ C}$  y se produce en agosto y la máxima es  $24^\circ\text{ C}$  y se produce en enero. Un gringo quiere conocer estos valores en grados Fahrenheit. Hacer la conversión.

Solución: Se usa la ecuación 12.5, para  $T_{Cmin} = 6^\circ\text{ C}$ :

$$T_{Fmin} = \frac{9}{5}T_{Cmin} + 32^\circ F = (1.8)(6) + 32 = 42.8^\circ F$$

para  $T_{Cmax} = 24^\circ\text{ C}$ :

$$T_{Fmax} = \frac{9}{5}T_{Cmax} + 32^\circ F = (1.8)(24) + 32 = 75.2^\circ F$$

### 12.5 DILATACION TERMICA DE SOLIDOS Y LIQUIDOS.

La mayoría de los objetos se dilatan (contraen) cuando se aumenta (disminuye) su temperatura. En escala microscópica, la dilatación térmica de un cuerpo es consecuencia del cambio en la separación media entre sus átomos o moléculas. Para comprender esto, se considerará un sólido que consta de un arreglo regular de átomos mantenidos unidos por fuerzas eléctricas. Un modelo mecánico de estas fuerzas es imaginar que los átomos están unidos por resorte rígidos, como se muestra en la figura 12.4. Por su naturaleza, las fuerzas interatómicas se consideran elásticas. Para temperaturas en los rangos comunes de la naturaleza, los átomos vibran respecto a sus posiciones de equilibrio con una amplitud aproximada de  $10^{-11}$  m y una frecuencia de  $10^{13}$  Hz. La separación promedio entre los átomos es del orden de  $10^{-10}$  m. Al aumentar la temperatura del sólido, los átomos vibran con amplitudes más grandes y la separación promedio entre ellos aumenta, dando por resultado que el sólido como un todo se dilate cuando aumente su temperatura. Si la dilatación de cualquier objeto es lo suficientemente pequeña en comparación con sus dimensiones, el cambio de cualquier parte, largo, ancho o alto, dentro de una buena aproximación, es una función lineal de la temperatura.

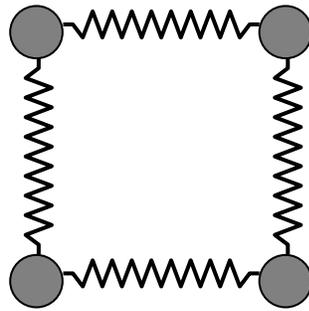


Figura 12.5 Modelo mecánico de un sólido, donde los átomos se imaginan unidos unos con otros por resortes.

Supongamos que la dimensión lineal de un cuerpo a una cierta temperatura, a lo largo de alguna dirección es  $l$ . La longitud aumentara en una cantidad  $\Delta l$  para un cambio de temperatura  $\Delta T$ . Experimentalmente se demuestra que el cambio en la longitud es proporcional al cambio de temperatura y a la longitud inicial siempre que  $\Delta T$  sea pequeña. Por lo tanto, la ecuación básica para la dilatación de un sólido es:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T \quad (12.6)$$

donde la constante de proporcionalidad  $\alpha$  se llama **coeficiente promedio de dilatación lineal** para un material dado, se mide en  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ . Para ilustrar, por ejemplo un valor de  $\alpha$  de  $5 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  significa que la longitud del objeto cambia 5 millonésimas su valor original por cada grado Celsius de variación de temperatura. El orden de magnitud de  $\alpha$  para los sólidos es de 1mm por m, cada  $100^{\circ}\text{C}$ . El coeficiente  $\alpha$  se considera promedio, porque en general varía con la temperatura, pero comúnmente esta variación es despreciable a la escala en que se realizan la mayoría de las mediciones.

Como las dimensiones lineales de los cuerpos cambian con la temperatura, se deduce que el área y el volumen del cuerpo también cambian con la temperatura. El cambio en el volumen a presión constante es proporcional al volumen original  $V$  y al cambio de temperatura, lo que se puede escribir como:

$$\Delta V = \beta V \Delta T \quad (12.7)$$

donde  $\beta$  es el **coeficiente promedio de dilatación volumétrica**. Para un sólido isotrópico (aquel en el cual el coeficiente de dilatación lineal es el mismo en todas las direcciones), el coeficiente de dilatación volumétrica es el triple del coeficiente de dilatación lineal, o sea,  $\beta = 3\alpha$ . Por lo tanto la ecuación 12.7 se puede escribir como

$$\Delta V = 3\alpha V \Delta T \quad (12.8)$$

De la misma forma, para una hoja o placa delgada, el cambio en el área de una placa isotrópica es:

$$\Delta A = 2\alpha A \Delta T \quad (12.9)$$

En la tabla 12.2 se presenta una lista de coeficientes de dilatación lineal para diferentes materiales, estos datos son valores medios en el intervalo de 0 a 100° C (excepto \*). Para los gases, la presión es constante y baja (presión atmosférica o inferior). Observar que  $\alpha$  es positivo para esos materiales, pero pueden existir valores negativos de  $\alpha$  o de  $\beta$ , lo que significa que los materiales se contraen en alguna dirección cuando aumenta la temperatura, por ejemplo la goma.

Tabla 12.2 Coeficientes de dilatación, cerca de la temperatura ambiente.

Material	$\alpha$ (°C) <sup>-1</sup> x 10 <sup>-6</sup>	Material	$\beta$ (°C) <sup>-1</sup> x 10 <sup>-4</sup>
Invar (aleación Ni-Fe)	0,9	Agua (0° C)	-0,68
Vidrio (pyrex)	3,2	Agua (100° C)	7,5
Vidrio (común)	9	Alcohol etílico	1,1
Acero	12	Benceno	1,2
Concreto	12	Acetona	1,5
Cobre	17	Mercurio	1,8
Latón y bronce	19	Glicerina	4,8
Aluminio	25	Petróleo	9,0
Zinc	26	Gasolina	9,6
Plomo	29	Helio	36,66
Hielo (-10°C a 0°C) *	51	Aire	36,67

Por lo general, los líquidos aumentan su volumen al aumentar la temperatura y tienen coeficientes de dilatación volumétrica aproximadamente 10 veces más grandes que el de los sólidos (tabla 12.2). El agua es la excepción a esta regla.

### ***Expansión del agua.***

El **agua** es una sustancia compuesta por un átomo de oxígeno y dos de hidrógeno. A temperatura ambiente es líquida, inodora, insípida e incolora (aunque adquiere una leve tonalidad azul en grandes volúmenes). Se considera fundamental para la existencia de la vida. No se conoce ninguna forma de vida que tenga lugar en ausencia completa de esta molécula, cuyo esquema se muestra en la figura 12.6.

Casi todos los líquidos se expanden al calentarse, ¡pero el agua fría hace todo lo contrario!, este comportamiento del agua es muy extraño, pero que se le va a hacer, suponemos que la creación es perfecta y se debe aceptar tal como es.

El agua a  $0^{\circ}\text{C}$  se contrae al aumentar su temperatura hasta alcanzar los  $4^{\circ}\text{C}$ , valor a partir del cual comienza a expandirse, expansión que continua hasta el punto de ebullición. Una cantidad dada de agua alcanza su volumen mínimo, y por lo tanto su densidad máxima a  $4^{\circ}\text{C}$ . La misma cantidad de agua tiene su volumen máximo, y por lo tanto su densidad mínima en forma de hielo, por eso el hielo flota sobre el agua. Una vez convertida en hielo, el agua se contrae si seguimos reduciendo su temperatura.

La explicación de este comportamiento tiene que ver con la extraña estructura cristalina del hielo. Los cristales de la mayor parte de los sólidos están estructurados de tal manera que el estado sólido ocupa un volumen menor que el estado líquido. Pero el hielo tiene cristales de estructura abierta, consecuencia de la forma angular de las moléculas de agua (figura 12.6) y del hecho de que las fuerzas que unen las moléculas de agua son más intensas a ciertos ángulos. Las moléculas de agua en esta estructura abierta ocupan un volumen mayor que en el estado líquido. Por eso el hielo es menos denso que el agua.

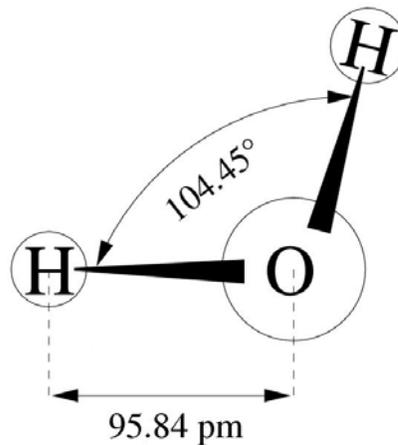


Figura 12.6 Estructura de la molécula de agua.

Ejemplo 12.3. La vía de acero de un ferrocarril tiene una longitud de 30 m cuando la temperatura es  $0^{\circ}\text{C}$ . Calcular la variación de su longitud en un día caluroso de verano en Concepción.

Solución: suponiendo que en día de verano la temperatura ascienda a  $30^{\circ}\text{C}$  y usando los valores de  $\alpha$  de la tabla 12.2, se obtiene:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T = (12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})(30\text{m})(30^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})$$

$$\Delta l = 0.0108 \text{ m} = 10.8 \text{ mm} \approx 11 \text{ cm}$$

## 12.6 DESCRIPCIÓN MACROSCÓPICA DE UN GAS IDEAL.

Se describirán las propiedades de un gas de masa  $m$ , contenido en un envase de volumen  $V$  a una presión  $P$  y a una temperatura  $T$  y se buscará una relación entre estas variables, llamadas *variables termodinámicas*. En general, la ecuación que relaciona las variables termodinámicas, que se llama *ecuación de estado*, es ecuación muy complicada, pero si el gas se mantiene a baja presión (baja densidad), se puede establecer en forma experimental una ecuación muy simple. Comúnmente, a un gas a baja densidad se le llama un *gas ideal*. La mayoría de los gases a la temperatura ambiente y a la presión atmosférica, se comportan aproximadamente como gases ideales.

La cantidad de gas en un volumen dado se expresa en términos del número de moles,  $n$ . Se define un *mol* de cualquier sustancia a la masa que contiene un número  $N_A$  de moléculas, llamado número de *Avogadro* (Amadeo Avogadro, italiano, 1776-1856). Este número  $N_A$  (también simbolizado con  $N$  o  $N_o$ ) tiene un valor aproximado de  $6,0220943 \times 10^{23} \pm 6.3 \times 10^{17}$  moléculas/mol.

El número de moles  $n$  de una sustancia se relaciona con su masa  $m$  por la expresión:

$$n = \frac{m}{(PM)} \quad (12.10)$$

donde la cantidad  $(PM)$  se llama *peso (o masa) molecular* de la sustancia, comúnmente medido en g/mol. Por ejemplo, el peso molecular del oxígeno,  $O_2$  es 32 g/mol, entonces la masa de un mol de oxígeno es:

$$m = n(PM)$$

$$m = (1 \text{ mol})(32 \text{ g/mol}) = 32 \text{ g}$$

Para establecer la ecuación de estado de un gas ideal, considerar un gas encerrado en un envase cilíndrico, cuyo volumen puede variar por medio de un émbolo móvil, como se muestra en la figura 12.7. Se supone que el cilindro no tiene fugas, por lo tanto la masa del gas permanece constante. Para este sistema, experimentalmente se encuentra que:

- a) Si la temperatura  $T$  se mantiene constante, su presión  $P$  es inversamente proporcional a su volumen  $V$ , es decir  $PV = cte$ ; esta es la ley de Boyle de los gases (Robert Boyle, inglés, 1627-1691).
- b) Si la presión  $P$  del gas se mantiene constante, su volumen  $V$  es directamente proporcional a la temperatura  $T$ , es decir  $V/T = cte$ ; esta es la ley de Charles de los gases (Jacques Charles, francés, 1746-1823).
- c) Si el volumen  $V$  se mantiene constante, la presión  $P$  del gas es directamente proporcional a su temperatura  $T$ , es decir  $P/T = cte$ ; esta es la ley de Gay-Lussac de los gases (Louis Gay-Lussac, francés, 1778-1850).

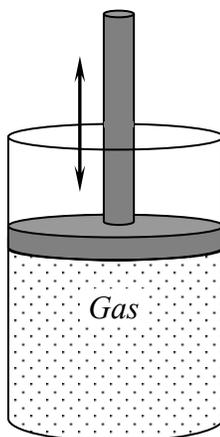


Figura 12.7 Gas ideal contenido en un cilindro con un émbolo móvil que permite la variación del volumen.

Estos resultados pueden resumirse en la siguiente *ecuación de estado de un gas ideal*, de la forma:

$$PV = nRT \quad (12.11)$$

donde  $R$  es una constante para un gas específico, que se puede obtener en forma experimental, y  $T$  es la temperatura absoluta. Los experimentos con diferentes gases demuestran que cuando la presión se aproxima a cero, la cantidad  $PV/nT$  tiende al mismo valor de  $R$  para todos los gases. Por esta razón es que  $R$  se llama **constante universal de los gases**. En el SI donde la presión se mide en Pa y el volumen en  $m^3$ , el valor y la unidad de medida de  $R$  es:

$$R = 8.31 \text{ J/(mol K)}$$

Si la presión se mide en atmósfera y el volumen en litros, lt, entonces el valor de la constante universal de los gases es:

$$R = 0.0821 \text{ (atm lt)/(mol K)}.$$

Como el número total de moléculas  $N$  es igual al producto del número de moles  $n$  y el número de Avogadro  $N_A$ , es decir,  $N = n N_A$ , se puede escribir la ecuación de estado, ya que  $n = N/N_A$ , como:

$$PV = nRT = \frac{R}{N_A} NT$$

Se define la **constante de Boltzmann  $k$**  (Ludwing Boltzmann, austriaco, 1844-1906) como:

$$k = \frac{R}{N_A} \Rightarrow k = \frac{8.31 \text{ J/molK}}{6.022 \times 10^{23} \text{ molec/mol}} \Rightarrow k = 1.38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Con estos resultados, la ecuación de estado de un gas ideal se puede escribir entonces como:

$$PV = N k T \quad (12.12)$$

Se observa de la ecuación 12.12 que la presión producida por un volumen fijo de gas solo depende de la temperatura y del número de moléculas dentro de ese volumen.

Se ha definido un gas ideal como aquel que obedece la ecuación de estado. En la naturaleza no existe un gas ideal; pero este concepto de gas ideal es muy útil, ya que los gases reales a bajas presiones se comportan aproximadamente como gases ideales.

Ejemplo 12.4. Calcular el número de átomos de una moneda de cobre (Cu) de 3 gramos.

**Solución:** hay que calcular N; para el cobre el  $PM = 64 \text{ gr/mol}$ , el número de moles de la moneda es:

$$n = \frac{m}{(PM)_{Cu}} \Rightarrow n = \frac{3 \text{ g}}{64 \text{ g/mol}} \Rightarrow n = 0.047 \text{ moles}$$

El número de átomos, N, en la moneda de cobre, se calcula de:

$$N = n N_A = 0.047 \text{ moles} \times 6.022 \times 10^{23} \text{ átomos/mol}$$

$$N = 2.8 \times 10^{23} \text{ átomos}$$

Ejemplo 12.5. Calcular el número de moles de un gas ideal que se encuentra en  $100 \text{ cm}^3$ , a  $20^\circ \text{ C}$  y  $10^5 \text{ Pa}$  de presión.

Solución: Los datos son:  $V = 100 \text{ cm}^3 = 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $T = 20^\circ \text{ C} = 293 \text{ K}$ ,  $P = 10^5 \text{ Pa}$ .

De la ecuación de estado

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

$$n = \frac{(10^5 \text{ Pa})(10^{-4} \text{ m}^3)}{8.31(\text{J/molK})293\text{K}} = 4.1 \times 10^{-3} \text{ moles}$$

Ejemplo 12.6. Un envase de desodorante cerrado herméticamente, contiene un volumen de  $200 \text{ cm}^3$  de un gas ideal comprimido a una presión de 2 atmósferas, en un ambiente a  $23^\circ \text{ C}$ . En esas condiciones se tira al fuego, donde alcanza una temperatura de  $127^\circ \text{ C}$ . Calcular la presión dentro del envase. Despreciar cualquier cambio de volumen del envase.

Solución: Los datos son:  $V_i = 200 \text{ cm}^3 = V_f$ ,  $T_i = 23^\circ \text{ C} = 300\text{K}$ ,  $P_i = 2 \text{ atm} = 202\text{kPa}$ ,  $T_f = 127^\circ \text{ C} = 400\text{K}$ ,  $P_f = ?$

Suponiendo que no hay pérdidas de gas, el número de moles permanece constante, entonces de la ecuación de estado se tiene:

$$PV = nRT \Rightarrow nR = \frac{PV}{T} = \text{cte.} \Rightarrow \frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$$

Como  $V_i = V_f$ , se reduce a:

$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f} \Rightarrow P_f = \frac{T_f}{T_i} P_i = \frac{500\text{K}}{300\text{K}} 2\text{atm} = 3.33\text{atm} \times \frac{101\text{kPa}}{1\text{atm}}$$

$$P_f = 336.7\text{kPa}$$

Este alto valor de presión puede hacer explotar el envase.

## 12.7 TEORIA CINETICA DE LOS GASES.

Diferente al caso de la descripción macroscópica en términos de las variables presión, volumen y temperatura, ahora se demostrará que esas propiedades se

pueden describir en escala microscópica, donde la materia se trata como una colección de moléculas. Las leyes de Newton aplicadas en forma estadística a una colección de partículas proporcionan una descripción razonable de los procesos termodinámicos. En este enfoque, llamado *teoría cinética*, las moléculas del gas se mueven en todas las direcciones de manera aleatoria, chocando contra las paredes del envase y entre sí. La importancia de esta teoría es que proporciona las bases físicas con las cuales se puede entender el concepto de temperatura. Nuestra descripción teórica la restringiremos a gases monoatómicos (un solo átomo) donde toda la energía es cinética de traslación, no se consideran rotaciones ni vibraciones.

En un modelo microscópico de un gas ideal, se considera que la presión que ejerce un gas en las paredes de un envase que lo contiene es por efecto de los choques de las moléculas con las paredes. En este modelo se hacen las siguientes suposiciones:

1. El número de moléculas es grande y la separación media entre ellas es grande comparada con sus dimensiones. Por lo tanto ocupan un volumen despreciable en comparación con el volumen del envase y se consideran masas puntuales.
2. Las moléculas obedecen las leyes de Newton, pero individualmente se mueven en forma aleatoria, con diferentes velocidades cada una, pero con una velocidad promedio que no cambia con el tiempo.
3. Las moléculas realizan choques elásticos entre sí, por lo tanto se conserva tanto el momento lineal como la energía cinética de las moléculas.
4. Las fuerzas entre moléculas son despreciables, excepto durante el choque. Se considera que las fuerzas eléctricas o nucleares entre las moléculas son de corto alcance, por lo tanto solo se consideran las fuerzas impulsivas que surgen durante el choque.
5. El gas es considerado puro, es decir todas las moléculas son idénticas.
6. El gas se encuentra en equilibrio térmico con las paredes del envase.

Se deducirá una expresión para la presión de un gas ideal que consta de  $N$  moléculas en un envase de volumen  $V$ . Se supone que el envase tiene forma de un cubo de lado  $d$ , como se ve en la figura 12.8. Considerar el choque de una molécula con velocidad  $\mathbf{v}$  moviéndose contra la cara derecha de la caja. Las componentes de la velocidad de la molécula son  $v_x$ ,  $v_y$  y  $v_z$ . Al chocar elásticamente con la pared, la componente  $x$  de la velocidad se invierte, pero las componentes  $y$  y  $z$  no se modifican, estas componentes (excepto la  $z$ ) se ilustran en la

figura 12.9. Como la componente  $x$  del momento de la molécula antes del choque es  $mv_x$  y después del choque se invierte siendo ahora  $-mv_x$ , y la componente  $y$  del momento lineal no cambia, la variación del momento lineal de la molécula está dado por:

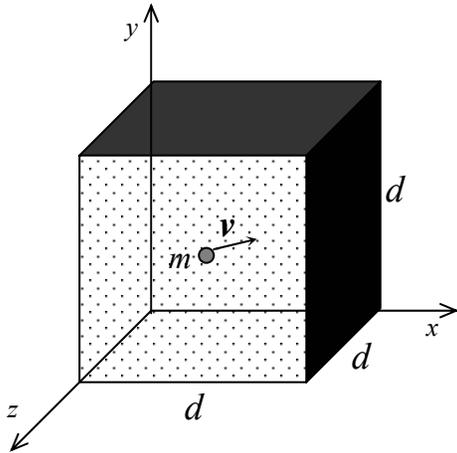


Figura 12.8 Caja cúbica de lado  $d$  que contiene un gas ideal, mostrando una molécula que se mueve con rapidez  $v$ .

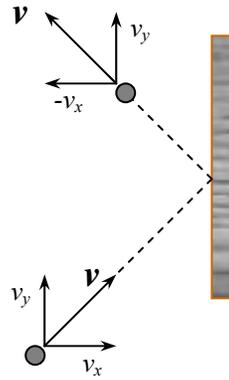


Figura 12.9 Esquema de una molécula que realiza un choque elástico con una pared del envase que la contiene.

$$\Delta p = -mv_x - mv_x = -2mv_x$$

La cantidad de movimiento entregada a la pared en cada choque es  $2mv_x$ , ya que se conserva el momento del sistema molécula + envase. Para que una molécula realice dos choques sucesivos con la misma pared debe recorrer una distancia  $2d$  a lo largo del eje  $x$  en un tiempo  $\Delta t$ . Pero en el tiempo  $\Delta t$ , la molécula se mueve una distancia  $d = v_x \Delta t$  en la dirección  $x$ , por lo tanto, el tiempo entre dos choques sucesivos es  $\Delta t = 2d/v_x$ . Si  $F$  es la magnitud de la fuerza promedio ejercida por una molécula sobre la pared en el tiempo  $\Delta t$ , de la definición del impulso, se obtiene:

$$F\Delta t = \Delta p = 2mv_x$$

$$F = \frac{2mv_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2d/v_x} = \frac{mv_x^2}{d} \quad (12.13)$$

La fuerza total sobre la pared es la suma de todos los términos de este tipo correspondientes a todas las partículas. Para obtener la presión total sobre la pared, se divide la fuerza total con el área, de valor  $d^2$ :

$$P = \frac{\Sigma F}{A} = \frac{m}{d^3} (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots)$$

donde  $v_{x1}$ ,  $v_{x2}$ , ... se refiere a las componentes  $x$  de la velocidad para las partículas 1, 2, etc. Como el valor medio de  $v_x^2$  es:

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots}{N}$$

y el volumen está dado por  $V = d^3$ , se puede expresar la presión en la forma:

$$P = \frac{Nm}{V} \overline{v_x^2} \quad (12.14)$$

El cuadrado de la rapidez de cualquier partícula es:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

Ya que no existe dirección preferida por las moléculas, los valores medios  $\overline{v_x^2}$ ,  $\overline{v_y^2}$  y  $\overline{v_z^2}$  son iguales entre sí. Entonces se deduce que:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

con lo cual la presión dada en la ecuación 12.14 se puede escribir como:

$$P = \frac{1}{3} \frac{Nm}{V} \overline{v^2} \quad (12.15)$$

La cantidad  $Nm$  es la masa total de las moléculas, la cual es igual a  $n(PM)$ , donde  $n$  es el número de moles del gas y  $(PM)$  es el peso molecular. Por lo tanto, la presión también se puede expresar en la forma:

$$P = \frac{1}{3} \frac{n(PM)}{V} \overline{v^2} \quad (12.16)$$

Modificando la expresión 12.16, también se puede expresar la presión como:

$$P = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left( \frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) \quad (12.17)$$

Esta ecuación nos dice que la presión es proporcional al número de moléculas por unidad de volumen y a la energía cinética media de traslación por molécula.

Con este modelo simple de un gas ideal se ha llegado a un resultado que relaciona las variables macroscópicas de presión y volumen con una variable microscópica, la velocidad molecular media. Así se ha encontrado una relación entre el mundo microscópico de las moléculas de un gas y el mundo macroscópico. Aún cuando este resultado se dedujo para un envase cúbico, se puede generalizar y validar para un envase de cualquier forma que contenga un gas ideal.

### **12.8 INTERPRETACION MOLECULAR DE LA TEMPERATURA.**

Es posible comprender mejor el significado de la temperatura escribiendo la ecuación 12.17 en una forma más conocida:

$$PV = \frac{2}{3} N \left( \frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$$

Comparándola con la ecuación de estado de un gas ideal:

$$PV = NkT$$

Igualando los segundos términos de estas ecuaciones, se obtiene:

$$T = \frac{2}{3k} \left( \frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) \quad (12.18)$$

Como  $\frac{1}{2} m \overline{v^2}$  es la energía cinética media de traslación por molécula, se encuentra que la **temperatura es una medida directa de la energía cinética molecular media** y se puede escribir de la forma:

$$T = \frac{2}{3k} E_c$$

Reacomodando la ecuación 12.18, se puede relacionar la energía cinética media de traslación por molécula con la temperatura:

$$E_c = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \quad (12.19)$$

Es decir, la energía cinética media de traslación por molécula es  $\frac{3}{2} kT$ . La energía cinética total de traslación  $E_C$  de  $N$  moléculas de un gas es simplemente  $N$  veces la energía media por cada molécula, dada por la ecuación 12.19, y usando las definiciones de  $k = R/N_A$  y  $n = N/N_A$ , se puede reescribir esta ecuación para las  $N$  moléculas, de la forma:

$$E_C = N \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} nRT \quad (12.20)$$

Este resultado, junto con la ecuación 12.17 indica que la presión ejercida por un gas ideal sólo depende del número de moléculas por unidad de volumen y de la temperatura.

La raíz cuadrada de  $\overline{v^2}$  se llama **raíz cuadrática media de la velocidad** (rms) de las moléculas. De la ecuación 12.19 se puede despejar la rms:

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{(PM)}} \quad (12.21)$$

Esta expresión de la rms muestra que para una temperatura dada, las moléculas más livianas, en promedio se mueven más rápido que las más pesadas, que tienen un *PM* mayor. Por ejemplo el hidrógeno, con un peso molecular de 2 g/mol, se mueve cuatro veces más rápido que el oxígeno, que tiene un peso molecular de 32 g/mol. La rapidez rms no es la rapidez con la que se mueve una molécula de gas, ya que tal molécula experimenta varios miles de millones de choques por segundo con otras moléculas. En la tabla 12.3 se da valores de rms para algunas moléculas conocidas, a 20° C.

Tabla 12.3 Velocidad rms a 20° C para gases conocidos.

Gas	PM (g/mol)	$v_{rms}$ a 20° C (m/s)
H <sub>2</sub>	2.02	1902
He	4	1352
H <sub>2</sub> O	18	637
Ne	20.1	603
N <sub>2</sub>	28	511
CO	28	511
NO	30	494
CO <sub>2</sub>	44	408
SO <sub>2</sub>	48	390

**EJEMPLO 12.7** Un envase con un volumen de 0.3 m<sup>3</sup> contiene 2 moles de helio a 20° C. Suponiendo que el helio se comporta como un gas ideal, calcular a) la energía cinética total del sistema, b) la energía cinética promedio por molécula, c) la rms del helio.

Solución: a) usando la ecuación 12.20 con  $n = 2$  y  $T = 20^\circ C = 293 K$ , se obtiene:

$$E_c = \frac{3}{2}nRT = 1.5(2\text{mol})(8.31\text{J/molK})(293\text{K}) = 7300\text{J}$$

b) de la ecuación 12.19 se tiene:

$$E_c = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT = 1.5(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293\text{K}) = 6.1 \times 10^{-21} \text{ J}$$

c) usando la ecuación 12.21

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{(PM)}} = \sqrt{\frac{3(8.31\text{J/molK})(293\text{K})}{4\text{g/mol}}} = 1350 \text{ m/s}$$

## PROBLEMAS

- 12.1 Un termómetro de gas a volumen constante se calibra en hielo seco, que es bióxido de carbono,  $\text{CO}_2$ , en estado sólido, que tiene una temperatura de  $-80^\circ \text{C}$  a 0.9 atm de presión, y en el punto de ebullición del alcohol etílico, que se produce a  $78^\circ \text{C}$  y a 1.64 atm. a) ¿Qué valor de cero absoluto produce esta calibración? b) ¿Cuál es la presión en punto de congelamiento del agua? c) ¿Cuál es la presión en el punto de ebullición del agua? R: a)  $-272.15^\circ \text{C}$ , b) 1.27 atm, c) 1.74 atm.
- 12.2 Un termómetro de gas da una lectura de 40 mm Hg para la presión en el punto triple del agua. Calcular la presión en el punto a) de ebullición del agua, b) de fundición del oro ( $1064.4^\circ \text{C}$ ). R: a) 54.6 mm Hg, b) 195.86 mm Hg.
- 12.3 Un termómetro de gas a volumen constante registra una presión de 50 mm Hg cuando está a una temperatura de 450 K. Calcular: a) la presión en el punto triple del agua, b) la temperatura cuando la presión es 2 mm Hg. R: a) 82.3 mm Hg, b) 10.93 K.
- 12.4 La presión en un termómetro de gas a volumen constante es de 0.7 atm a  $100^\circ \text{C}$  y de 0.512 atm a  $0^\circ \text{C}$ . Calcular: a) la temperatura cuando la presión es 0.04 atm, b) la presión a  $450^\circ \text{C}$ . R: a)  $-251^\circ \text{C}$ , b) 1.36 atm.
- 12.5 Un termómetro de gas a volumen constante se llena con helio. Cuando se sumerge en nitrógeno líquido hirviendo a una temperatura de 77.34 K, la presión absoluta es 25 kPa. Calcular a) la temperatura en grados Celsius y Kelvin cuando la presión es 45 kPa, b) la presión cuando el termómetro se sumerge en hidrógeno líquido hirviendo ( $-252.9^\circ \text{C}$ ). R: a)  $-134^\circ \text{C}$ , 139 K, b) 6.56 kPa.
- 12.6 Una de las temperaturas más altas registradas sobre la tierra fue de  $136^\circ \text{F}$  (Libia 1922) y una de las más baja fue de  $-127^\circ \text{F}$  (Antártica 1960). Expresa estas temperaturas en grados Celsius. R: a)  $57.8^\circ \text{C}$ , b)  $-88.3^\circ \text{C}$ .
- 12.7 La temperatura normal del cuerpo humano es  $98.6^\circ \text{F}$ . Un niño con fiebre puede registrar  $102^\circ \text{F}$ . Expresar esos valores en grados Celsius.

- 12.8 El punto de fusión del oro es de  $1064^{\circ}\text{C}$ , el de ebullición de  $2660^{\circ}\text{C}$ , el de fusión del plomo es de  $327.3^{\circ}\text{C}$  y el de ebullición del nitrógeno líquido es  $-195.8^{\circ}\text{C}$ . Transformar estos valores a grados Kelvin y Fahrenheit.
- 12.9 ¿A que temperatura son iguales las lecturas de un termómetro Fahrenheit y un termómetro Celsius? R:  $-40^{\circ}\text{C}$ .
- 12.10 En una escala de temperatura desconocida (D), el punto de congelación del agua es  $-15^{\circ}\text{D}$  y el punto de ebullición es  $60^{\circ}\text{D}$ . Obtener la ecuación lineal entre la escala D y la Celsius. R:  $T_{\text{D}} = 0.75T_{\text{C}} - 15$ .
- 12.11 En una escala de temperatura incógnita (X), el punto de congelación del agua es  $-30^{\circ}\text{X}$  y el punto de ebullición es  $80^{\circ}\text{X}$ . Obtenga la ecuación lineal entre la escala X y la Fahrenheit.
- 12.12 La temperatura inicial de un objeto tiene el mismo valor numérico en grados C y grados F. Más tarde, la temperatura cambia, para esta nueva temperatura hay una relación de 1:3 (ó de 3:1) entre sus valores en  $^{\circ}\text{C}$  y  $^{\circ}\text{F}$ . Calcular el cambio de temperatura, en grados K.
- 12.13 Medidas precisas de temperatura se pueden hacer usando el cambio de resistencia eléctrica de un metal con la temperatura. Si la resistencia varia aproximadamente según la relación  $R = R_0(I + AT_C)$ , donde  $R_0$  y  $A$  son constantes y  $T_C$  la temperatura en grados Celsius. Cierta material tiene una resistencia de  $50\ \Omega$  (Ohms) a  $0^{\circ}\text{C}$  y de  $71.5\ \Omega$  en el punto de congelamiento del estaño ( $232^{\circ}\text{C}$ ). Calcular: a) las constantes  $R_0$  y  $A$ , b) la temperatura cuando la resistencia es  $89\ \Omega$ . R: a)  $R_0 = 50\ \Omega$ ,  $A = 1.85 \times 10^{-3}\ ^{\circ}\text{C}^{-1}$ , b)  $421^{\circ}\text{C}$ .
- 12.14 Para interpolar temperaturas en la escala práctica internacional, se usa un termómetro de resistencia de platino con especificaciones definidas en el intervalo entre  $0^{\circ}\text{C}$  y  $960^{\circ}\text{C}$ . La temperatura  $T_C$ , en grados Celsius, está determinada por la fórmula  $R = R_0(I + AT_C + BT_C^2)$ , que se aplica a la variación de la resistencia  $R$  con la temperatura. Las constantes  $R_0$ ,  $A$  y  $B$  se determinan por medidas en puntos fijos. Si  $R = 1000\ \Omega$  en el punto de fusión del hielo,  $R = 1050\ \Omega$  en el punto de ebullición del agua y  $R = 1500\ \Omega$  en el punto de fusión de la plata

*Cap. 12. Temperatura, dilatación térmica y gases.*

- (950° C), a) calcular las constantes. b) Trazar la curva de calibración del termómetro. Sugerencia: puede usar algún software (por ejemplo planilla Excel) para ajustar la ley cuadrática a los puntos y trazar la curva en el rango de operación. R: a)  $R_o = 1000 \Omega$ ,  $A = 5 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $B = 3.1 \times 10^{-8} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$ .
- 12.15 Una barra de vidrio común tiene 30 cm de largo y 1.5 cm de diámetro. Calcular la expansión de su a) longitud, b) diámetro y c) volumen, cuando la temperatura aumenta en 65° C. R: a) 0.176 mm, b) 8.8  $\mu\text{m}$ , c) 93 mm<sup>3</sup>.
- 12.16 Un cable de cobre se cuelga entre dos puntos separados 35 m (la curva que forma el cable suspendido se llama catenaria). Calcular su variación de longitud en un día de verano con 35° C respecto a un día de invierno con -20° C. R: 3.27 cm.
- 12.17 Una viga estructural de acero tiene 15 m de largo cuando se instala a 20° C. Calcular el cambio de su longitud para variaciones extremas de temperatura de -30° C a 50° C. R: 1.32 cm.
- 12.18 Un riel de acero tiene 20 m de largo cuando se instala en una vía a la temperatura ambiente de 20° C. Calcular el cambio en su longitud si las variaciones esperadas de temperatura entre invierno y verano fueran de -20° C a 40° C. R: 0.0144 m.
- 12.19 Un anillo de latón que tiene 10 cm de diámetro cuando está a 20° C se calienta para hacerlo deslizar sobre una barra de aluminio de 10.01 cm de diámetro a 20° C. Suponiendo constantes los coeficientes medios de expansión lineal. a) ¿qué temperatura debe alcanzar al menos el anillo? b) ¿a qué temperatura debe enfriarse esta combinación para separarla? Esto, ¿puede lograrse? c) ¿Qué ocurre si la barra de aluminio tuviera 10.02 cm de diámetro? R: a) 72.6° C, b) -146° C, no con facilidad.
- 12.20 Demostrar que el coeficiente promedio de dilatación superficial para un sólido isotrópico es  $\gamma = 2\alpha$  y el de dilatación volumétrica es  $\beta = 3\alpha$ .
- 12.21 Un anillo de aluminio tiene un diámetro interior de 5 cm y una varilla de bronce tiene un diámetro de 5.05 cm cuando están a 20° C. a) Calcular la temperatura a la que se debe calentar el anillo de aluminio para

que se ajuste sobre la varilla de bronce. b) Calcular la temperatura a la que se deben calentar ambos para que el anillo de aluminio se ajuste sobre la varilla de bronce; comentar. R: a)  $420^{\circ}\text{C}$ , b)  $1741^{\circ}\text{C}$ .

- 12.22 Las secciones de concreto de cierta autopista se diseñan para tener una longitud de 25 m. Las secciones se vacían y fraguan a  $10^{\circ}\text{C}$ . ¿Qué espaciado mínimo entre las secciones debería diseñar el ingeniero para eliminar el pandeo, si el concreto alcanzara una temperatura de  $50^{\circ}\text{C}$ ? R: 1.2 cm.
- 12.23 Un riel de acero tiene 20 m de largo. Se juntan los rieles por los extremos con un espacio de goma entre ellos. El coeficiente de dilatación lineal de la goma  $-22 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ . Calcular el espesor que debe tener la goma para que se contraiga lo mismo que se expanden los rieles cuando la temperatura aumente en  $30^{\circ}\text{C}$ . R: 1.1 mm
- 12.24 Un cilindro hueco de aluminio tiene a  $20^{\circ}\text{C}$  una capacidad interna de 2 litros y 15 cm de fondo. El conjunto se llena completamente con petróleo y luego se calienta hasta  $80^{\circ}\text{C}$ . Posteriormente se enfría de nuevo hasta  $20^{\circ}\text{C}$ . a) ¿Qué cantidad de petróleo se derrama al calentar el conjunto? b) ¿A qué distancia bajo el borde del cilindro estará la superficie de petróleo? c) Comente la posibilidad de despreciar la dilatación del depósito. R: a) 0.099 lt, b) 0.75 cm.
- 12.25 El estanque de bencina de un automóvil se llena hasta el borde con 45 litros de la misma a  $10^{\circ}\text{C}$ , justo antes de estacionarlo al sol a  $35^{\circ}\text{C}$ . Calcular la cantidad de bencina que se derramará por efecto de la expansión. R: 1.08 lt.
- 12.26 Una barra de cobre y otra de acero sufren los mismos cambios de temperatura. A  $0^{\circ}\text{C}$  la barra de cobre tiene una longitud  $L_C$  y la de acero una longitud  $L_A$ . Cuando las barras se calientan o se enfrían, se mantiene una diferencia de 5 cm entre sus longitudes. Determine los valores de  $L_C$  y  $L_A$ . R:  $L_C = 17 \text{ cm}$ ,  $L_A = 12 \text{ cm}$ .
- 12.27 Un fluido tiene una densidad  $\rho$ . a) Demuestre que el cambio fraccionario en la densidad para un cambio  $\Delta T$  en la temperatura está dado por la expresión  $\Delta\rho/\rho = -\beta\Delta T$ . ¿Qué significa el signo negativo? El agua

*Cap. 12. Temperatura, dilatación térmica y gases.*

tiene una densidad máxima de  $1 \text{ gr/cm}^3$  a  $4^\circ \text{ C}$ . A  $10^\circ \text{ C}$  su densidad es  $0.9997 \text{ gr/cm}^3$ , calcular  $\beta$  para el agua en ese intervalo de temperatura.

- 12.28 Demuestre que un mol de cualquier gas a presión atmosférica estándar y temperatura estándar ocupa un volumen de 22.4 litros.
- 12.29 Un auditorio tiene dimensiones de  $10\text{m} \times 20\text{m} \times 30\text{m}$ . ¿Cuántas moléculas de aire se necesitan para llenar el auditorio a  $20^\circ \text{ C}$  y  $1 \text{ atm}$ ? R:  $1.5 \times 10^{29}$  moléculas.
- 12.30 Un cilindro con un émbolo móvil contiene un gas a una temperatura de  $125^\circ \text{ C}$ , una presión de  $30 \text{ kPa}$  y un volumen de  $4 \text{ m}^3$ . Calcular su temperatura final si el gas se comprime a  $2.5 \text{ m}^3$  y la presión aumenta a  $90 \text{ kPa}$ . R:  $739.1 \text{ K}$ .
- 12.31 Un gas encerrado en un estanque, está a una presión de  $30 \text{ atm}$  y a una temperatura de  $15^\circ \text{ C}$ . Si se saca la mitad del gas y se aumenta la temperatura a  $65^\circ \text{ C}$ , calcular la nueva presión en el estanque. R:  $1.76 \text{ atm}$ .
- 12.32 Un mol de oxígeno está a una presión de  $6 \text{ atm}$  y a  $25^\circ \text{ C}$  de temperatura. a) Si el gas se calienta a volumen constante hasta que la presión se triplica, calcular la temperatura final. b) Si el gas se calienta de manera que tanto la presión como el volumen se duplican, calcular la temperatura final. R: a)  $894 \text{ K}$ , b)  $1192 \text{ K}$ .
- 12.33 Un balón que tiene un volumen de  $0.1 \text{ m}^3$  contiene gas helio a  $50 \text{ atm}$ . ¿Cuántos globos se pueden inflar si cada uno es una esfera de  $0.3 \text{ m}$  de diámetro a una presión absoluta de  $1.2 \text{ atm}$ ? Suponga que la temperatura del gas permanece constante durante el llenado de los globos. R: aprox. 300 globos.
- 12.34 Una burbuja de gas en un lago sube desde una profundidad de  $4.2 \text{ m}$ , donde hay una temperatura de  $5^\circ \text{ C}$  hasta la superficie donde la temperatura es de  $12^\circ \text{ C}$ . Calcular la relación entre los radios de la burbuja en los dos puntos. R: radio final =  $1.12$  radio inicial.
- 12.35 A  $25 \text{ m}$  debajo de la superficie del mar (densidad  $1025 \text{ kg/m}^3$ ), donde la temperatura es de  $5^\circ \text{ C}$ , un buzo exhala una burbuja de aire que tiene un volumen de  $1 \text{ cm}^3$ . Si la temperatura de la superficie del mar es

igual a  $20^{\circ}\text{C}$ , calcular el volumen de la burbuja antes que se rompa al llegar a la superficie. R:  $3.7\text{ cm}^3$ .

- 12.36 Un balón lleno contiene 12 kg de oxígeno,  $\text{O}_2$ , bajo una presión manométrica de 40 atm. Determine la masa de oxígeno que se ha extraído del balón cuando la presión absoluta alcanza el valor de 25 atm. Suponga que la temperatura del balón permanece constante. R: 7.3 kg.
- 12.37 Un globo poroso tiene un volumen de  $2\text{ m}^3$  a una temperatura de  $10^{\circ}\text{C}$  y a una presión de 1.1 atm. Cuando se calienta hasta  $150^{\circ}\text{C}$  el volumen aumenta a  $2.3\text{ m}^3$  y se ha escapado por los poros el 5% del gas. Calcular a) la cantidad de gas, en moles, que había en el globo a  $10^{\circ}\text{C}$ , b) la presión en el globo a  $150^{\circ}\text{C}$ . R: a) 94.8 moles, b) 0.8 atm.
- 12.38 a) La llanta de un automóvil se infla usando aire originalmente a  $10^{\circ}\text{C}$  y presión atmosférica normal. Durante el proceso, el aire se comprime hasta 28% de su volumen original y la temperatura aumenta a  $40^{\circ}\text{C}$ . Calcular la presión de la llanta. b) Después que la llanta se utiliza a alta velocidad, la temperatura del aire dentro de la misma se eleva a  $85^{\circ}\text{C}$  y su volumen interior aumenta 2%. Calcular la nueva presión (absoluta) de la llanta. R: a)  $3.98 \times 10^5\text{ Pa}$ , b)  $15 \times 10^5\text{ Pa}$ .
- 12.39 La tapa de un envase cilíndrico está conectada por un resorte de constante elástica  $2 \times 10^3\text{ N/m}$  a una parte superior fija, como muestra la figura 12.10. El cilindro está lleno con 5 litros de gas a 1 atm y  $20^{\circ}\text{C}$ , con el resorte sin estirar. La tapa tiene un área de sección transversal de  $100\text{ cm}^2$  y masa despreciable. Calcular: a) la altura a la que sube la tapa cuando la temperatura aumenta hasta  $250^{\circ}\text{C}$ , b) la presión del gas a  $250^{\circ}\text{C}$ . R: a) 16.9 cm.

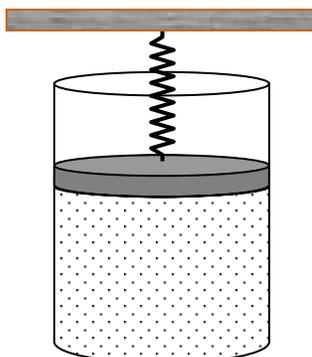


Figura 12.10 Problema 12.39

- 12.40 a) Demuestre que la densidad de un gas que ocupa un volumen  $V$  esta dada por  $\rho = P(PM)/RT$ , donde  $PM$  es el peso (o masa) molecular del gas. b) Calcular la densidad del oxígeno y la del nitrógeno a la presión atmosférica y a 20° C.
- 12.41 La tabla 12.4 da la composición del aire debajo de los 80 km de altura. Calcular: a) las presiones parciales de los gases más abundantes a la presión atmosférica normal, b) el volumen ocupado por 100 g de aire a 15° C y 1 atm, c) la densidad del aire en esas condiciones, d) el peso molecular,  $PM$ , del aire seco. R: c) 1.28 kg/m<sup>3</sup>, d) 28.964 gr/mol.

Tabla 12.4 Composición de la atmósfera.

Gas	Fórmula	PM	Volumen en %
Nitrógeno	N <sub>2</sub>	28.0	78.09
Oxígeno	O <sub>2</sub>	32.0	20.95
Argón	Ar	39.94	0.93
Neón	Ne	20.2	1.8 x 10 <sup>-3</sup>
Helio	He	4.0	5.3 x 10 <sup>-4</sup>
Metano	CH <sub>4</sub>	16.0	1.5 x 10 <sup>-4</sup>
Kriptón	Kr	83.8	1.1 x 10 <sup>-4</sup>
hidrógeno	H <sub>2</sub>	2.0	5.0 x 10 <sup>-5</sup>
xenón	X	131.3	8.0 x 10 <sup>-6</sup>
ozono	O <sub>3</sub>	48.0	1.0 x 10 <sup>-8</sup>
yodo	I	126.9	3.5 x 10 <sup>-9</sup>
radón	Rn	222.0	6.0 x 10 <sup>-18</sup>
otros...			menos de 10 <sup>-10</sup>
bióxido de carbono	CO <sub>2</sub>	44	0.02-0.04
vapor de agua	H <sub>2</sub> O	18	0.0 - 4.0

- 12.42 Dos moles de oxígeno dentro de un envase de 5 litros están a una presión de 8 atm. Calcular la energía cinética media de una molécula de oxígeno, de masa 5.31x10<sup>-26</sup> kg.
- 12.43 Durante un periodo de 1 s, 5x10<sup>23</sup> moléculas golpean una pared sobre un área de 8 cm<sup>2</sup>. Si las moléculas se mueven con una rapidez de 300 m/s y chocan en un ángulo de 45° respecto a la normal de la pared, calcular la presión ejercida sobre la pared. (La masa de una molécula de nitrógeno es 4.65x10<sup>-26</sup> kg).

*Cap. 12. Temperatura, dilatación térmica y gases.*

- 12.44 Un globo esférico de volumen  $4000 \text{ cm}^3$  contiene helio a una presión de 1.2 atm. Si cada átomo de helio tiene una energía cinética media de  $3.6 \times 10^{-22} \text{ J}$ , calcular el número de moles de helio dentro del globo. R: 3.3 mol.
- 12.45 En un intervalo de 30 s, 500 granizos que caen en un ángulo de  $45^\circ$  respecto a una ventana, chocan contra el vidrio de la ventana que tiene un área de  $0.6 \text{ m}^2$ . Cada granizo tiene una masa de 5 g y una rapidez de 8 m/s. Si se supone que los choques son elásticos, calcular la fuerza y la presión media sobre el vidrio.
- 12.46 Un cilindro contiene una mezcla de helio y argón en equilibrio a una temperatura de  $150^\circ \text{ C}$ . Calcular la energía cinética media de cada molécula de gas en el envase. R:  $8.8 \times 10^{-21} \text{ J}$ .
- 12.47 Calcular: a) la temperatura para la cual la rms de un átomo de helio es 500 m/s, b) la rms del helio sobre la superficie del Sol, con una temperatura de 6100K. R: a) 40.1 K, b) 6.2 km/s.
- 12.48 Un envase de 5 litros contiene nitrógeno a una temperatura de  $27^\circ \text{ C}$  y a una presión de 3 atm. Calcular: a) la energía cinética total de las moléculas, b) la energía cinética media por molécula.
- 12.49 Calcular la rapidez cuadrática media de las moléculas de nitrógeno,  $\text{N}_2$ , y de bióxido de carbono,  $\text{CO}_2$ , en condiciones normales. La masa (o peso) molecular del  $\text{N}_2$  es 28 g/mol y la del  $\text{CO}_2$  es 44 g/mol. R: 506.4 m/s, 403.9 m/s.
- 12.50 Calcular la temperatura para la cual la rapidez cuadrática media de las moléculas de oxígeno,  $\text{O}_2$ , es igual a la de las moléculas de hidrógeno,  $\text{H}_2$ , a  $27^\circ \text{ C}$ . La masa molecular del  $\text{H}_2$  es 2,02 g/mol y la del  $\text{O}_2$  es 32 g/mol. Considere que los resultados de la Teoría cinética de los gases se pueden aplicar a estos gases. R: 4752.5 K.
- 12.51 Calcular: a) el número de átomos de helio necesarios para llenar un globo hasta un diámetro de 30 cm, a  $20^\circ \text{ C}$  y 1 atm, b) la energía cinética media de cada átomo, c) la rapidez media de cada átomo de helio. R: a)  $3.5 \times 10^{23}$  átomos, b)  $6.07 \times 10^{-2} \text{ J}$ , c) 1341.6 m/s.

- 12.52 El Helio tiene una masa atómica de 4 g/mol. Calcular: a) la energía cinética de traslación media de una molécula de He a 300K, b) la rapidez cuadrática media, c) el momento lineal de una molécula de He si viaja con esa rapidez. Suponga que un cierto número de átomos de He ocupan un recipiente cúbico de 0.1 m de lado y se encuentran a 1 atm y 300 K. Calcular: d) la fuerza media que ejerce un átomo de He sobre una de las paredes del recipiente cuando su velocidad es perpendicular a los lados opuestos que golpea al rebotar, e) el número de átomos viajando a esa rapidez, en una misma dirección, que se necesitan para producir una presión media de 1 atm, f) El número de átomos contenidas realmente un recipiente de ese tamaño y en esas condiciones, g) su respuesta de f) deberá ser 3 veces mayor que la obtenida en e), ¿qué origen tiene esa discrepancia? R: a)  $6.2 \times 10^{-21}$  J, b) 1367.5 m/s, 5.5 kgm/s, d)  $1.5 \times 10^5$  N, e)  $2.5 \times 10^{17}$  átomos.